

## 2 円孔板に関する弾塑性変形および異方性の解析

中山 恭 秀\*

# Analysis of Elasto-Plastic Deformation and Anisotropy on Two Holes in Sheet Metal

Yasuhide Nakayama\*

### 1. 緒 言

工業用部材などに用いられる金属材料において、材料内部の空孔または欠陥などの損傷が、その変形挙動や強度に重大な影響を及ぼすことが多い。したがって、工業用部材などの強度評価において、材料内部の損傷およびその分布形態の定量的な評価は重要であり、これまでも円孔が隣接する材料モデルについて、研究がなされている<sup>[1][2]</sup>。また、板材成形においては、材料の持つ異方性も考慮した、強度解析も求められる。

そこで本報告では、損傷を有する材料のモデルとして、2円孔が近接する平板モデルを設定し、損傷としての円孔の分布形態と材料の異方性が、弾塑性変形挙動に及ぼす影響を検討する。

### 2. 異方性降伏関数および $r$ 値

一般に、金属材料は加工を受けるとその特性が変化し、異方性を有するようになる。この異方性材料に対する降伏関数として、直交異方性に特化した Hill の降伏関数<sup>[3][4]</sup>がしばしば用いられる。異方性の主軸を  $x, y, z$  とすると、降伏関数は以下のように表される。

$$f = \frac{1}{2(F+G+H)} \{ F(\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + G(\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + H(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 2L\sigma_{yz}^2 + 2M\sigma_{zx}^2 + 2N\sigma_{xy}^2 \} - \frac{1}{3}\bar{\sigma}^2 \quad (1)$$

ここで、 $F, G, H, L, M, N$  は異方性パラメータであり、実験によって決定される。圧延方向に対して、 $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$  をなす方向の  $r$  値を、それぞれ  $r_0, r_{45}, r_{90}$  として、次のように異方性パラメータを求めることができる。

$$G = \frac{1}{r_0}, F = \frac{1}{r_{90}} \quad (2)$$

$$N = \left( r_{45} + \frac{1}{2} \right) \left( \frac{1}{r_0} + \frac{1}{r_{90}} \right) \quad (3)$$

Table 1. Lankford value of aluminum

$r_0$	$r_{45}$	$r_{90}$
0.81	1.23	1.04

なお、 $H = 1$  としても一般性は失われないため、ここでは  $H = 1$  とした。

上述した降伏関数に関して、異方性パラメータを決定するため、単軸引張試験により  $r$  値を測定する。解析対象となる材料は、工業用純アルミニウム (A1050 P, 99.55%Al) とする。圧延方向に対して  $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$  方向から切り出した試験片について、切り出し角度を荷重方向とし、引張速度 5.0 mm/min で単軸引張試験を行った。実験により得られた  $r$  値  $r_0, r_{45}, r_{90}$  の測定結果を Table 1 に示す。

以上の測定結果をもとに、材料自体が持つ異方性および円孔の分布形態が、変形挙動に及ぼす影響を検討する。

### 3. 数値解析モデル

本研究では、損傷の分布形態が、材料の強度にどのような影響を与えるのかを解析するため、円孔を2つ配列させたモデルを設定した。円孔の中心間距離を 3 mm、2円孔の中心を結ぶ線分と荷重垂直方向とのなす角を  $\theta$  と

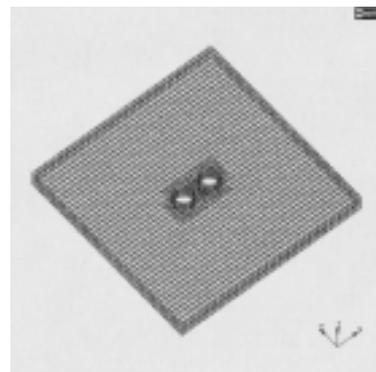


Fig. 1 Mesh data for FEM analysis

し、配列角  $\theta$  については、 $15^\circ$  間隔で  $0^\circ$  から  $90^\circ$  まで 7 種類用意した。その有限要素法モデルを Fig. 1 に示す。要素タイプは 6 面体 8 節点要素である。

モデルとした金属材料は、工業用純アルミニウムであり、ヤング率を  $70\text{GPa}$ 、ポアソン比を 0.3 とした。なお本研究では、材料自体の異方性を考慮した異方性材料モデルと、異方性を考慮しない等方性材料モデル、両者について比較検討する。

#### 4. 有限要素法定式化

本研究では、汎用有限要素法プログラムにより弾塑性変形解析を行う。この解析では、応力速度の定式化に Cauchy 応力の Jaumann 速度を用いるが、Cauchy 応力の Jaumann 速度  $\overset{\nabla}{\sigma}_{ij}$  は次式で表される。

$$\overset{\nabla}{\sigma}_{ij} = D_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl} \quad (4)$$

ここで  $D_{ijkl}$  は、相当応力  $\bar{\sigma}$ 、偏差応力  $\sigma'_{ij}$ 、横弾性係数  $G$ 、ポアソン比  $\nu$ 、瞬間硬化係数  $H'$  を用いて次式のように表される。

$$D_{ijkl} = G \left[ \delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk} + \frac{2\nu}{1-2\nu} \delta_{ij} \delta_{kl} \right] - \frac{3G \sigma'_{ij} \sigma'_{kl}}{\bar{\sigma}^2 (H'/3G + 1)} \quad (5)$$

#### 5. 解析結果および考察

##### 5.1 相当応力分布解析結果

有限要素法による解析結果について、図中  $y$  方向に強制変位 2% 与えた段階における、相当応力分布を Fig. 2 ~ Fig. 4 に示す。Fig. 2 は、等方性材料モデル、円孔配列角  $\theta = 0^\circ$  における解析結果である。Fig. 3 および Fig. 4 は、それぞれ円孔配列角  $\theta = 0^\circ$ 、 $30^\circ$  の場合における、異方性材料モデルに対する結果を示している。

円孔配列角を  $\theta = 0^\circ$  とした等方性材料の場合、円孔近傍における相当応力の最大値は  $64.7\text{MPa}$  となっており、同じ円孔配列角の異方性材料モデルでは、 $68.5\text{MPa}$

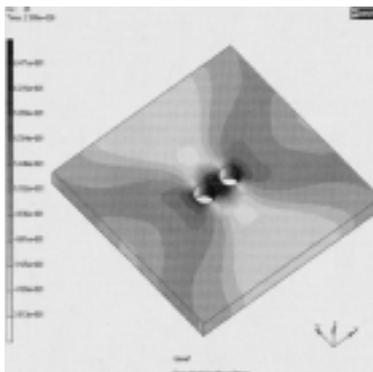


Fig. 2 Distribution of equivalent stress ( $\theta = 0^\circ$  Isotropic model)

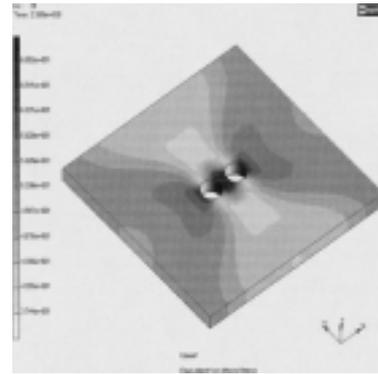


Fig. 3 Distribution of equivalent stress ( $\theta = 0^\circ$  Anisotropic model)

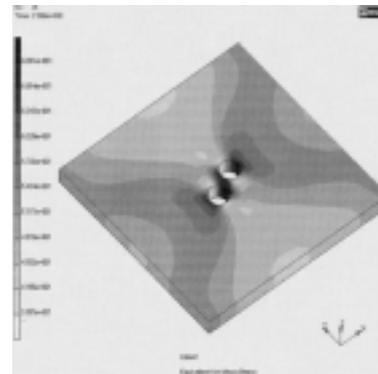


Fig. 4 Distribution of equivalent stress ( $\theta = 30^\circ$  Anisotropic model)

であった。この結果から、材料自体の異方性が応力集中に影響を及ぼしていることが認められた。

異方性材料モデルにおいて、円孔配列角を  $\theta = 30^\circ$  とした場合、相当応力の最大値は  $69.5\text{MPa}$  であり、他のモデルと比較して最も高い値となった。このことから、荷重垂直断面における損傷の面積分率によってのみ、その実質応力が決定するものではないと考えられる。

##### 5.2 相当ひずみおよび板厚ひずみ分布解析結果

円孔配列角  $\theta = 30^\circ$  のモデルについて、相当ひずみ分布の解析結果を Fig. 5, 6 に示す。Fig. 5 は等方性材料の場合の計算結果であり、Fig. 6 は異方性材料のモデルにおける結果である。前節における結果同様、いずれも図中  $y$  方向に強制変位を 2% 与えている。

等方性材料の場合、相当ひずみの最大値は  $1.04 \times 10^{-1}$  であり、異方性材料のモデルでは、最大値  $1.25 \times 10^{-1}$  であった。また相当ひずみ分布から、異方性材料のモデルの場合、等方性材料モデルの場合よりも、円孔近傍にひずみが集中しており、ひずみ勾配が高くなっていることも認められた。これらの結果から、相当応力の分布状態に対応して、材料の持つ異方性が材料の弾塑性変形にも影響していることが分かる。

次に、円孔配列角  $\theta = 30^\circ$  のモデルについて、板厚ひずみ分布の解析結果を Fig. 7 および Fig. 8 に示す。Fig.

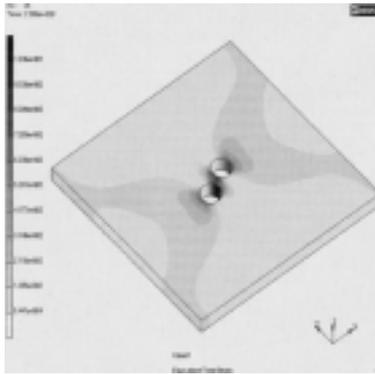


Fig. 5 Distribution of equivalent strain ( $\theta = 30^\circ$  Isotropic model)

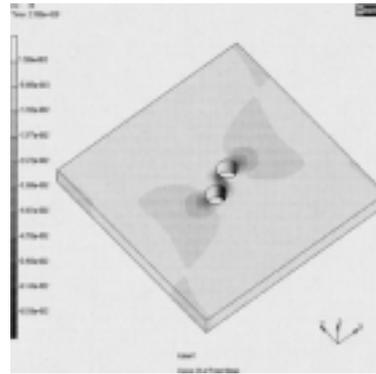


Fig. 7 Distribution of strain for thickness ( $\theta = 30^\circ$  Isotropic model)

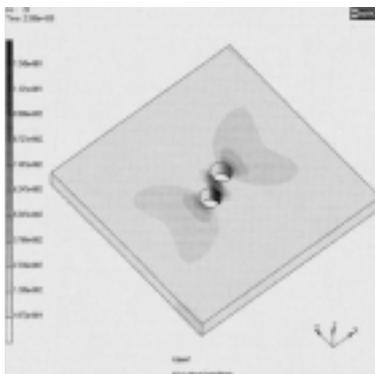


Fig. 6 Distribution of equivalent strain ( $\theta = 30^\circ$  Anisotropic model)

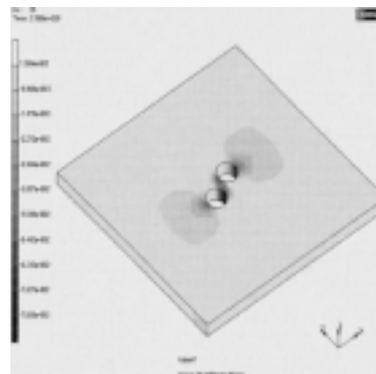


Fig. 8 Distribution of strain for thickness ( $\theta = 30^\circ$  Anisotropic model)

7 は等方性材料について、Fig. 8 は異方性材料についての計算結果であり、ともに図中  $y$  方向に強制変位を 2% 与えた段階における、板厚ひずみ分布である。

板厚ひずみの最小値は、等方性材料のモデルでは  $-6.84 \times 10^{-2}$  であり、異方性を考慮したモデルでは、 $-7.82 \times 10^{-2}$  となった。また、板厚方向のひずみ分布図を比較すると、異方性を考慮したモデルでは、等方材料に比べて円孔近傍で特に板厚の減少が顕著であることが認められる。これらの結果から、材料の異方性が応力集中部における板厚の減少や、ひずみ勾配等の変形挙動に大きく影響していることが考えられる。

以上のことから、圧延材のように組織に配向があり、異方性を示す材料については、損傷の分布のみによってのみ変形挙動が決定するのではなく、材料の異方性と損傷の分布形態が相互に関係し、その変形挙動に影響を与えるものと考えられる。

### 5.3 円孔配列角と応力・ひずみとの関係

次に、異方性を考慮した材料モデルにおいて、円孔配列角と応力・ひずみの関係について検討を行う。円孔配列角  $\theta$  と相当応力の最大値  $\sigma_{max}$  との関係を図 9 に、円孔配列角  $\theta$  と板厚ひずみの最小値  $\epsilon_z$  との関係を Fig. 10 に示す。

円孔配列角  $\theta = 30^\circ$  のモデルにおいて、円孔近傍にお

ける応力値が最大となり、このモデルを境に、円孔配列角の増加とともに最大応力値が減少し、損傷の配向による異方性が生じていることが分かった。また 板厚ひずみに関しても、これと対応して円孔配列角  $\theta = 30^\circ$  のモデ

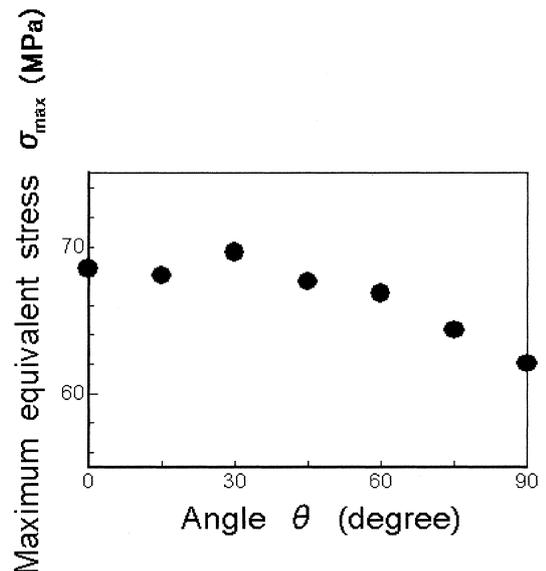


Fig. 9 Relationship between equivalent stress and orientation of the perforated pattern

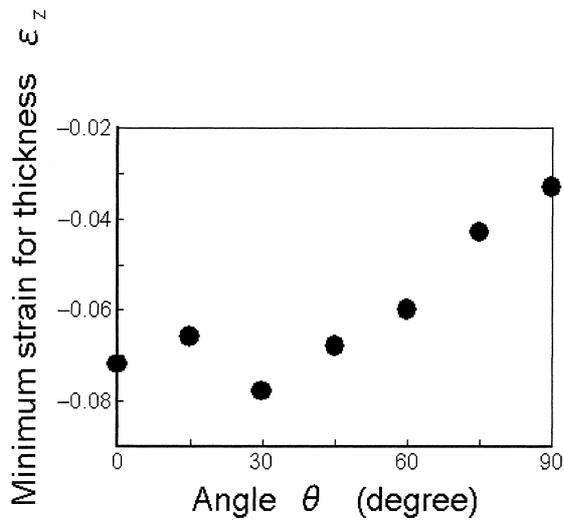


Fig. 10 Relationship between strain for thickness and oriaitaion of the perforated pattern

ルにおいて、板厚の減少が最も大きくなり、損傷の配向がモデルの弾塑性変形に影響を与えていることが認められた。また、荷重垂直断面における実質有効面積が最小となる、円孔配列角  $\theta = 0^\circ$  のモデルが、必ずしも応力値、板厚ひずみ最大とならないことから、応力集中の緩和現象も起こっていることが考えられる。

これらの結果から、損傷を有する材料モデルにおいて、その弾塑性変形挙動は、局所的なせん断帯の発生する方向、損傷の配向、および損傷による荷重垂直断面における実質有効面積の減少が、相互に関係しているものと考えられる。

したがって、材料自体の組織構造による巨視的な異方性、損傷分布形態の異方性、および局所的なせん断帯の発生方向などを加味した強度評価、変形挙動の評価を行う必要がある。

#### 参考文献

- [ 1 ] 長谷川・熊本・今井, 機論, **A53** - 485 (1987), 55.
- [ 2 ] 瀧本・落合, 機論, **A53** - 496 (1987), 2370.
- [ 3 ] Hill, R., 著, 鷲津・山田・工藤 訳, “塑性学”, (1954), 313, 培風館.
- [ 4 ] 富田佳宏 著, “数値弾塑性力学”, (1990), 122, 養賢堂.