

近接するボイドの成長・合体過程における相互作用

中山 恭秀*

Viggo Tvergaard**

Interaction of Two Closely Spaced Voids During Growth to Coalescence

Yasuhide Nakayama*, Viggo Tvergaard**

1. 緒 言

材料の延性破壊において、材料中のボイドが成長、合体から破壊へと至る過程は、非常に重要な問題である。これまでも、Tvergaard [1, 2, 3, 4] らが様々な研究を行っている。こうした延性破壊過程を知るには、解析モデルを大変形問題として扱う必要がある。こうした大変形問題では、有限要素形状が非常に大きく変形するため、要素の再構成 [3, 5] が有効な手段となる。したがって、要素再構成の手法を用い、材料中のボイドのまわりに発生する大ひずみにも対応した解析を行った。また、ボイドの分布状況 [6] も延性破壊に大きな影響を与えることが考えられるため、ボイドが近接して材料中に存在している場合も考慮する必要がある。そこで本研究では、解析モデルとして延性材料中にボイドが近接して分布する平面ひずみモデルを設定し、これに様々な負荷状態を課し、ボイドの成長、合体の過程について検討した。

2. 数値計算モデル

数値解析モデルを図1に示す。モデルは、剛体に挟まれた延性金属材料中に、2つの近接するボイドが一定の間隔で分布している。この金属層は弾塑性変形体として定義する。モデルを構成するユニットセルのサイズを $B_0 \times H_0$ とし、ボイドの初期半径を R_0 で表した。モデルユニットセルの初期形状比 H_0/B_0 は1.0、ボイド間距離 B_1/B_0 は0.2、ボイドの初期半径 R_0/B_0 を0.01, 0.05, 0.1とした。

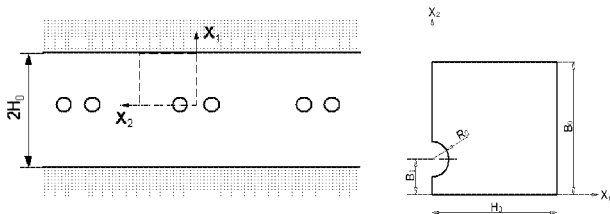


Fig.1 Schematic view of numerical model

モデルユニットセルの初期形状比 H_0/B_0 は1.0、ボイド間距離 B_1/B_0 は0.2、ボイドの初期半径 R_0/B_0 を0.01, 0.05, 0.1とした。変形体の材料定数として、加工硬化指数 $n = 10$ 、ポアソン比 $\nu = 0.3$ 、初期降伏応力 $\sigma_y/E = 0.003$ とした。

設定した座標系において、 X_1 を主負荷方向とし、解析モデルに対する境界条件は次のように表される。

$$\begin{cases} \dot{u}_1 = 0, & \dot{T}_2 = 0 & (\text{at } X_1 = 0) \\ \dot{u}_2 = 0, & \dot{T}_1 = 0 & (\text{at } X_2 = 0) \\ \dot{u}_1 = \dot{U}_I & \dot{T}_2 = 0 & (\text{at } X_1 = H_0) \\ \dot{u}_2 = \dot{U}_{II} & \dot{T}_1 = 0 & (\text{at } X_2 = B_0) \\ \dot{T}_1 = \dot{T}_2 = 0 & & (\text{on the void surface}) \end{cases} \quad (1)$$

ここで、 \dot{u}_i は変位速度、 T_i は物体力である。解析は、異なる2つの条件で行った。ひとつは、 $X_2 = B_0$ での変位速度 \dot{u}_2 を0とし、もうひとつは、直交する2軸における応力比 σ_2/σ_1 を一定として負荷した場合である。

有限要素モデルを図2に示す。要素は8節点アイソパラメトリック要素であり、モデルを構成する要素数は140である。

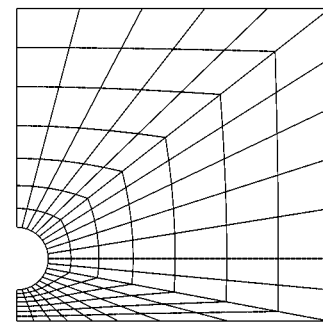


Fig.2 Initial mesh for numerical analysis

* 弓削商船高等専門学校電子機械工学科

** Dept. of Mechanical Engineering, Solid Mechanics,
Technical University of Denmark

3. 構成式

3.1 基礎式

応力ひずみ場の評価には、平面ひずみ問題として計算を行った。キルヒホッフ応力テンソル τ^{ij} とコーシー応力テンソル σ^{ij} との関係は以下のように表される。

$$\tau^{ij} = \sqrt{\mathbf{G}/\mathbf{g}} \sigma^{ij} \quad (2)$$

ここで、 \mathbf{G} および \mathbf{g} はそれぞれ、現在座標系での基本計量テンソル、参照座標系での基本計量テンソルである。釣合い方程式、構成関係式は仮想仕事の原理、 J_2 流れ理論に基づいて、以下のように記される。

$$\dot{\tau}^{ij} = L^{ijkl} \dot{\eta}_{kl} \quad (3)$$

$$L^{ijkl} = \frac{E}{1+\nu} \left\{ \frac{1}{2} (G^{ik} G^{jl} + G^{il} G^{jk}) + \frac{\nu}{1-2\nu} G^{ij} G^{kl} \right. \\ \left. - \frac{3}{2} \beta \frac{E/E_t - 1}{2E/E_t - (1-2\nu)/3} \frac{s^{ij} s^{kl}}{\sigma_e^2} \right\} \\ - \frac{1}{2} (G^{ik} \tau^{jl} + G^{jk} \tau^{il} + G^{il} \tau^{jk} + G^{jl} \tau^{ik}) \quad (4)$$

ここで、 η_{ij} は Lagrangian ひずみテンソル、 E はヤング率、 ν はポアソン比、 σ_e は有効 Mises 応力、 s^{ij} は応力偏差である。応力ひずみ関係は、初期降伏応力 σ_y 、加工硬化指数 n を用いて、べき乗硬化則に従って以下の通りに表される。

$$\varepsilon = \begin{cases} \frac{\sigma}{E} & (\sigma \leq \sigma_y) \\ \frac{\sigma_y}{E} \left(\frac{\sigma}{\sigma_y} \right)^n & (\sigma > \sigma_y) \end{cases} \quad (5)$$

3.2 応力比の制御

直交する2軸における応力比を制御するため、Tvergaard [8] は試行関数を導入した Rayleigh-Ritz 法を用いている。この方法では、 m 個の節点を扱う場合、変位増分 δ_i に応じて $m+2$ 個の試行関数 $V_{(k)}$ を Rayleigh-Ritz 法で求めることになる。これらの試行関数を用いて、以下に示す方程式により応力を制御する。

$$\sum_{j=1}^{m+2} a_{ij} \delta_j = \dot{\lambda} b_i + c_i \quad (i = 1, 2, \dots, m+2) \quad (6)$$

$$a_{ij} = \mathbf{V}_{(i)}^T \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{V}_{(j)} \\ \dot{\lambda} b_i = \dot{\lambda} \mathbf{V}_{(i)}^T \cdot \mathbf{B} \\ c_i = \mathbf{V}_{(i)}^T \cdot \mathbf{C} \quad (7)$$

ここで、 δ_{m+1} および δ_{m+2} は、 m 、 $m+1$ 番目の試行関数の振幅であり、 $\dot{\lambda}$ は外部から与えられた荷重増分の大きさ、 \mathbf{A} 、 $\dot{\lambda} \mathbf{B}$ 、 \mathbf{C} はそれぞれ剛性マトリクス、荷重ベクトルを示している。

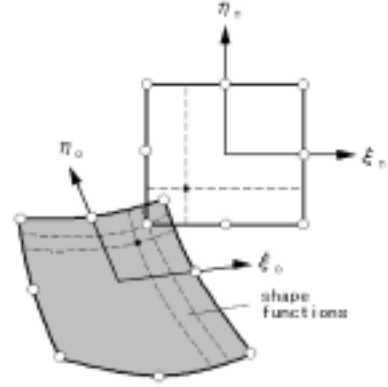


Fig.3 Schematic view of remeshing

3.3 要素の再構成

ボイドの成長過程を扱う大変形問題のため、ボイド近傍には非常に大きなひずみが発生するものと考えられる。こうした問題では、モデルを構成する要素の形状が大きく変形し、解析精度等に大きな影響を与える。したがって、本研究では、要素の再構成の手法を用いている。新たに要素を再構築する際、場の変数を旧要素から新たに構築した要素へと引き継ぐ必要がある。場の変数を引き継ぐ方法 [9] は、典型的なものがいくつか知られているが、本研究では、内挿法・外挿法を用いた手法を提案した。

図3に示すように、まず旧要素内において、場の変数を積分点から節点へ、旧要素の形状関数を用いて外挿することで移送する。次に、旧要素の節点を持つ場の値を、旧要素の形状関数を用いた内挿により新要素の節点に移送する。最後に、新要素の積分点を持つ変数値を、新要素の形状関数による内挿により、新要素の節点から見積もる。こうした一連の要素再構成は、要素内の積分点いずれかにおける累積ひずみが0.4が越えた段階で実行される。

4. 解析結果

4.1 応力-ひずみ関係

B_0 を一定した場合について、 X_1 軸方向における与

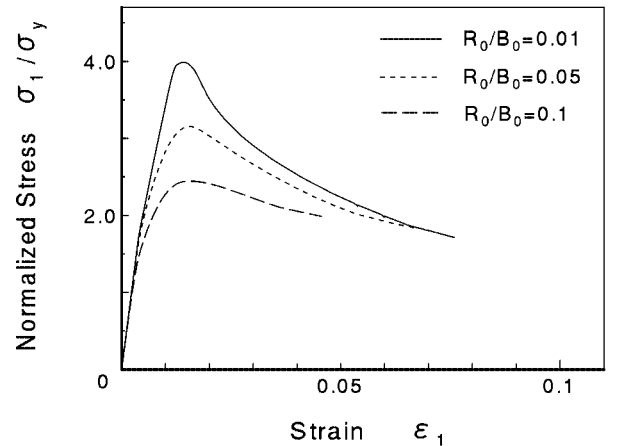


Fig.4 Relationship between stress and strain ($B = \text{const.}$)

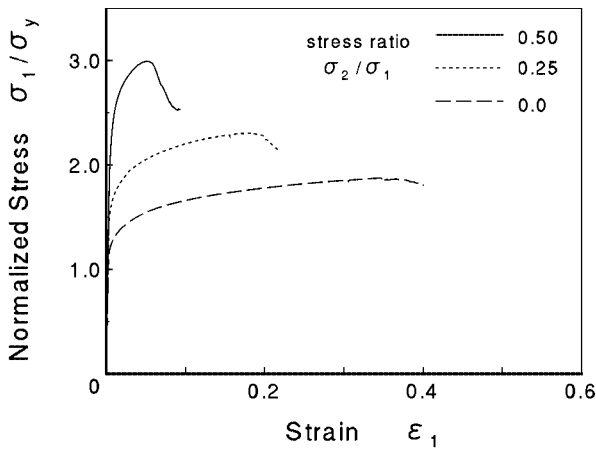


Fig.5 Relationship between stress and strain
($\sigma_2/\sigma_1 = \text{const.}$)

えたひずみ ϵ_1 と無次元化応力 σ_1/σ_y との関係を図 4 に示す。

最大応力値は、ボイドの初期半径が小さいほど大きくなっていることが分かる。ボイド間部分のサイズが小さいほど、高い応力集中を招き、より低い応力レベルで降伏してしまい、ボイド間の相互作用が強いことが考えられる。

次に、直交する 2 軸間の応力比 σ_2/σ_1 を一定した場合について、ひずみ ϵ_1 - 応力 σ_1/σ_y 関係を図 5 に示す。応力比が高いほど、最大応力値は高くなり、ボイドが合着に至る最終的なひずみが小さくなる。こうした傾向は、高い応力レベルがボイドの成長を早めていることを示唆している。

4. 2 ボイド形状の変化と成長

B_0 を一定として負荷した場合について、初期ボイド形状と、最終段階でのボイド形状を図 6 に示す。

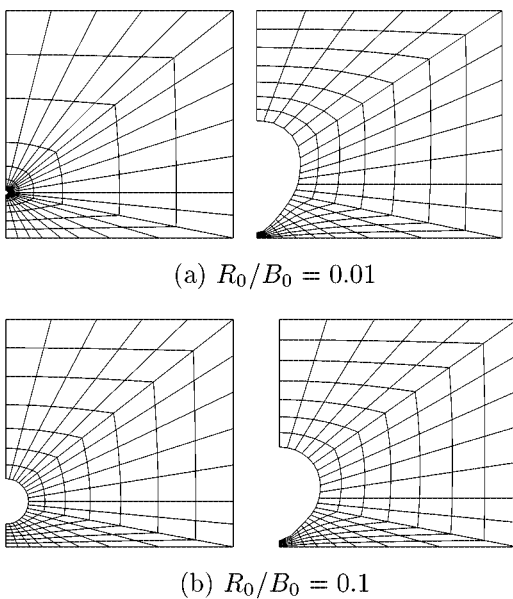


Fig.6 Meshes at initial and final steps,
in case where B is constant

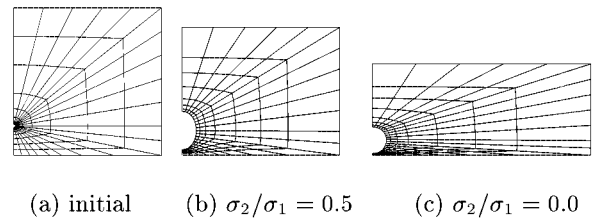


Fig.7 Meshes at initial and final steps for
different stress ratio

図中 (a) はボイド初期半径 R_0/B_0 が 0.01 であり、(b) はボイド初期半径 R_0/B_0 が 0.1 である。

ボイド合着直前の最終段階では、ボイド間部分が極めて薄くなっており、最終的なボイド形状は初期半径にあまり依存しないことが分かる。また、最終的なボイド形状は近接するボイドの方向へゆがんでいることが分かる。これは、直交する 2 軸間の応力比が非常に高いことが原因となっているものと考えられる。

応力比 σ_2/σ_1 を一定とした場合の、最終段階におけるボイド形状を図 7 に示す。図中 (a) は初期形状であり、(b) は応力比 $\sigma_2/\sigma_1 = 0.5$ の場合の結果、(c) は応力比 $\sigma_2/\sigma_1 = 0.0$ の結果をそれぞれ示している。図 6 の結果と比較して、ボイド間部分は非常に薄くなっているもの、ボイドの成長はそれほど大きくない。これは、応力比が小さく、 X_2 軸方向のひずみが負となり、ボイドの成長が押さえられたことに起因するものと考えられる。

次に、与えたひずみ ϵ_1 とボイド成長との関係を図 7, 8 に示す。図 7 は、 B_0 一定とした応力比が高い場合の結果であり、図 8 は、応力比 σ_2/σ_1 一定 ($\sigma_2/\sigma_1 = 0.5, 0.25, 0.0$) とした場合の結果である。ボイド成長は、初期のボイド体積に対する現在のボイド体積の比で表している。

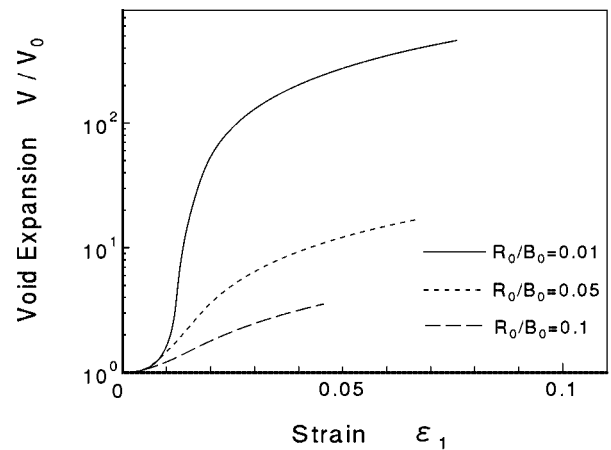


Fig.8 Relationship between void expansion and strain
($B = \text{const.}$)

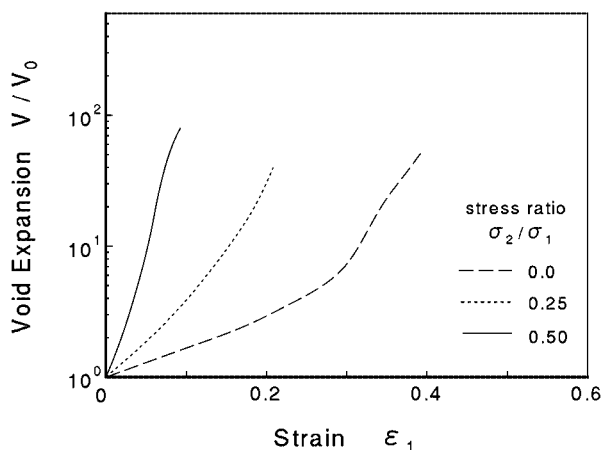


Fig.9 Relationship between void expansion and strain ($\sigma_2/\sigma_1 = \text{const.}$)

ボイドの初期半径が小さいほど、ひずみが低い段階でのボイドの成長速度は非常に高く、ボイド近傍での応力レベルが高くなっていることが考えられる。一方、応力レベルが低く、単軸負荷に近いほどボイドの成長速度が遅くなるのが分かる。また、ボイドの最終的な体積は、あまり応力レベルによらず、合着直前の段階でのボイド体積はほぼ一定であった。しかしながら、応力レベルが低い場合においても、ボイドがある程度まで成長し、ボイド間の部分がある一定の距離まで薄くなると、ボイド間の相互作用が強くなるものと考えられる。

5. 結 言

本研究において、ボイドを近接させて分布させ、様々な負荷状態においた場合の、ボイドの成長過程やボイドの相互作用について検討を行った。こうした大変形問題を扱うために、有限要素の再構成という手法を導入したが、これによりボイド合着直前の変形段階まで解析が行うことができ、要素再構成は非常に有効な手段であると言える。数値解析では、直交する2軸に関して様々な応力比で計算されたが、この解析結果から、高い応力レベルがボイドの成長を早め、一方、応力レベルが低く、単軸負荷に近いほどボイドの成長速度が遅くなるのが分かった。また、ボイドの最終的な体積は、あまり応力レベルによらず、合着直前の段階でのボイド体積はほぼ一定であった。しかしながら、応力レベルが低い場合においても、ボイドがある程度まで成長し、ボイド間の部分がある一定の距離まで薄くなると、ボイド間の相互作用が強くなることも分かった。こうした傾向から、応力レベルやボイド間部分のサイズにより、ボイドの相互作用やボイド成長速度が大きく影響されるものと考えられる。

参考文献

- [1] Viggo Tvergaard : Int. J. of Solids and Structures Vol.18 No.8 (1982), p.659
- [2] Viggo Tvergaard : J. Mech. Phys. Solids Vol.30 No.4 (1982), p.265
- [3] Viggo Tvergaard : Computational Mechanics 20(1997), p.186
- [4] Viggo Tvergaard : Int. J. of Mechanical Sciences 42(2000), p.381
- [5] Thomas Ørts Pedersen : Computers and Structures 67(1998), p.279
- [6] Yasuhide Nakayama : Key Engineering Materials Vol.233-236 (2003), p.797
- [7] John W. Hutchinson : Numerical Solution of Nonlinear Structural Problems 7 (1973), ASME, New York.
- [8] Viggo Tvergaard : J. of Mech. Phys. Solids Vol.24(1976), p.291.
- [9] M.Rappaz, M.Bellet and M.Deville : *Numerical Modeling in Materials Science and Engineering* (Translated by R.Snyder, Springer, Germany 2002).