

# 非貫通孔を持つ有限体の一様引張り

鶴 秀登\*・大塚 哲弥\*\*

## On the Uniform Tension of a Finite Body Having a Circular Pit

### Abstract

The finite element method (FEM) is applied to calculate stress concentration factors of a rectangular parallelepiped having a circular pit under uniform tension. Numerical calculations are done for various combinations of the size and the depth of the circular pit by using the commercial FEM software MSC.Nastran and MSC.Patran. According to the results, maximum circumferential stress occurring on the edge of penetrated hole is not always higher than that on the edge of pit. The stress concentration factors are shown in the figures so they can be used in design.

### 1. 緒言

有限要素法 (Finite Element Method) による数値解析はコンピュータの発達とともに幅広い問題に精度良い結果を与えるようになった。一方、市販のFEMソフトは汎用性をもたせているため、前処理も後処理も多くの手順を必要とする。形状作成、要素分割、境界条件入力、そして計算結果の画像表示とその吟味など経験と専門知識も必要となる。本研究では、ピットによる応力集中現象を市販のソルバーとプリポストプロセッサを用いて解析した。構造物における応力集中現象を知ることは、破壊の起点を求める上で重要である。一方、破壊が応力場を考慮しなければならないことも示されている [1]。ここでは貫通孔 [2] および非貫通孔をもつ直方体の一様引張り問題を取り扱った。そして破損の一次因子となる孔縁の荷重方向最大引張応力に着目して結果をまとめた。また、板厚方向の応力分布についても検討を加え、応力集中係数への孔の深さと孔の直径の影響を調べた。

### 2. 数値解析

#### 2.1 形状および条件

Fig.1に示す中央に非貫通孔 (直径 $2a$ , 深さ $h$ ) を有する幅 $2b$ , 厚さ $t$ の長方形断面をもつ長さ $4b$ の直六面体が、その長手方向に一様引張応力 $\sigma_0$ を受ける問題を取り扱った。具体的な数値は $2b = 100\text{mm}$ ,  $t = 2b$ ,  $\sigma_0 = 980\text{MPa}$ とし、孔径 $2a$ と孔の深さ $h$ の変化の組み合わせで応力分布と応力集中係数への影響を検討した。数値計算

上、材料は鋼とし縦弾性係数 $E=206\text{GPa}$ , ポアソン比 $\nu$ についてはその影響を検討する場合以外は $\nu = 0.3$ とした。そして弾性応力問題とし、孔縁の最小断面に生じる荷重方向の垂直応力 $\sigma_y$ のみを取り扱った。なお数値計算はその対称性から1/4の領域で解析でき (Fig.2), 市販のプリポストプロセッサMSC.PatranとソルバーMSC.Nastranの六面体要素, 8節点を用いて行った。また結果の整理には次式で示される2つの応力集中係数を用いた。

$$a = \frac{(\sigma_y)_{\max}}{\sigma_0} \quad \dots \quad (1)$$

$$a' = \frac{(\sigma_x)_{\max}}{\sigma'_0} \quad \left( \sigma'_0 = \frac{b}{b-a} \sigma_0 \right) \quad \dots \quad (2)$$

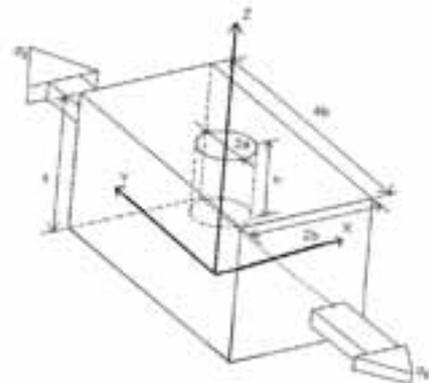


Fig. 1 直方体の一様引張り

\* 電子機械工学科

\*\* 専攻科生産システム工学専攻1年

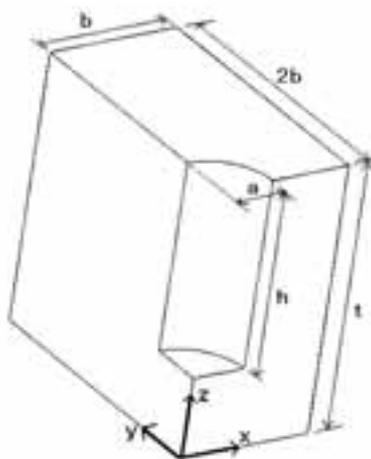


Fig. 2 解析領域

2.2 解の精度

まず、非貫通孔について解の安定性を検討した。Table 1に $h/t=0.7$ ,  $a/b=0.4$ の場合について1/4円周孔縁の分割数と $\alpha$ の関係を示す。厚さ方向の分割についてはFig.3に示すように10分割とした。Table 1より安定した結果が得られることがわかる。なお1/4円周分割数32の

Table 1  $h/t=0.7$ ,  $a/b=0.4$ の分割結果

1/4円周分割数	16	32	64	128	160
$\alpha$	3.91	3.96	3.96	3.98	3.98

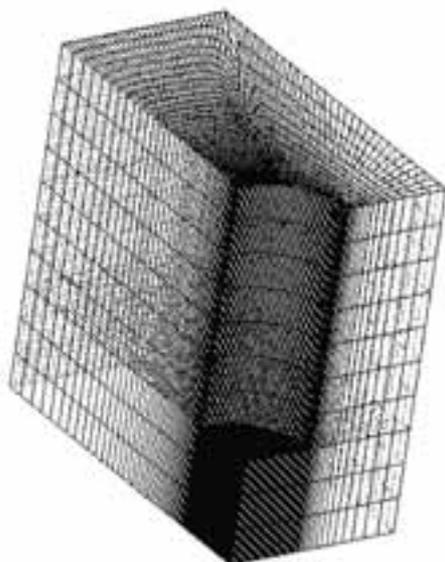


Fig. 3 要素分割例 (孔縁64分割, 厚さ10分割)

場合について深さ方向分割数を20と40で計算した結果は、 $\alpha=3.92$ ,  $3.93$ となり安定した解が得られた。以後の計算は、孔縁の要素長さを孔の大きさに関係なく一定となるようにし、板厚を10分割程度をめぐりに孔の深さを考慮して分割した。

次に、精度を推定するため貫通孔における孔の大きさの比 $a/b$ を種々変え、従来の結果<sup>[2]</sup>と比較してTable 2に示す。表中に2次元問題の結果<sup>[3]</sup>も併せて示した。 $a/b$ の広い範囲で良い一致を示していることがわかる。

Table 2 貫通孔における $\alpha$ の計算精度

$a/b$	0.2	0.4	0.5	0.6
3次元 <sup>[2]</sup>	3.15	3.75	4.33	5.24
本計算	3.18	3.84	4.45	5.48
2次元 <sup>[3]</sup>	3.16	3.77	4.38	5.35

2.3 深さ方向の応力分布

前述の貫通孔の場合、最大応力は表面よりやや内側の点に生じることが知られている<sup>[2]</sup>。そこで、非貫通孔 $h/t=0.7$ について $a/b$ ,  $\nu$ を変えて検討した結果をTable 3に示す。ポアソン比 $\nu=0$ のときに孔表面上で最大となり、 $\nu \neq 0$ では孔のやや内側で最大となり最大値の位置は $a/b$ と $\nu$ によって変化していくようである。

Table 3 孔径比 $a/b$ とポアソン比 $\nu$ の影響 ( $h/t=0.7$ )

$a/b$	$\nu$	$\alpha$	○: 表面で最大値をとる
0.2	0	3.21	○
0.2	0.2	3.26	
0.2	0.3	3.32	
0.4	0	3.96	○
0.4	0.2	3.92	
0.4	0.3	3.97	
0.6	0	5.85	○
0.6	0.2	5.65	○
0.6	0.3	5.71	
0.8	0	11.84	○
0.8	0.2	11.63	○
0.8	0.3	11.53	○

次に孔縁の荷重方向応力  $\sigma_y$  の厚さ方向応力分布について検討しFig.4~Fig.11に示す。Fig.4~Fig.7が示すように、孔が小さいときは貫通孔と非貫通孔の応力分布が孔表面近くでは似ている。しかし孔が大きくなると貫通孔

と非貫通孔では応力分布が大きく異なる。貫通孔では最大値はより内側になり、非貫通孔では表面に近づく傾向がある。  $h/t=0.7\sim 1.0$ では全般的に孔表面から厚さの30%程度までは応力分布が似ていることがわかる。

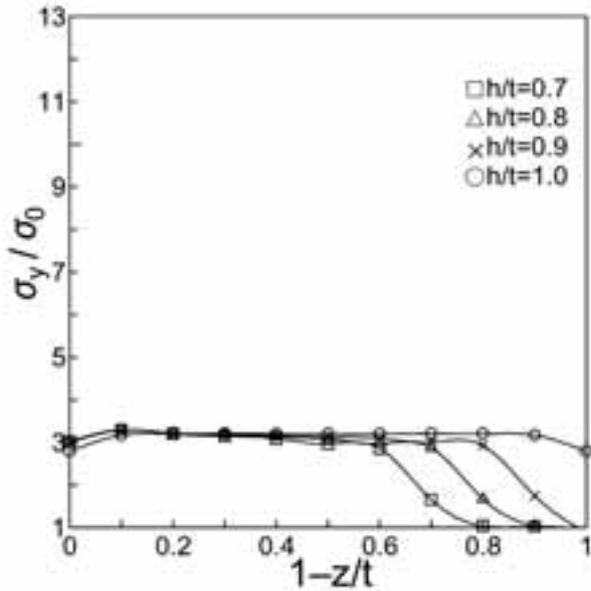


Fig. 4 孔縁の厚さ方向応力分布  $\sigma_y$  ( $a/b=0.2$ )

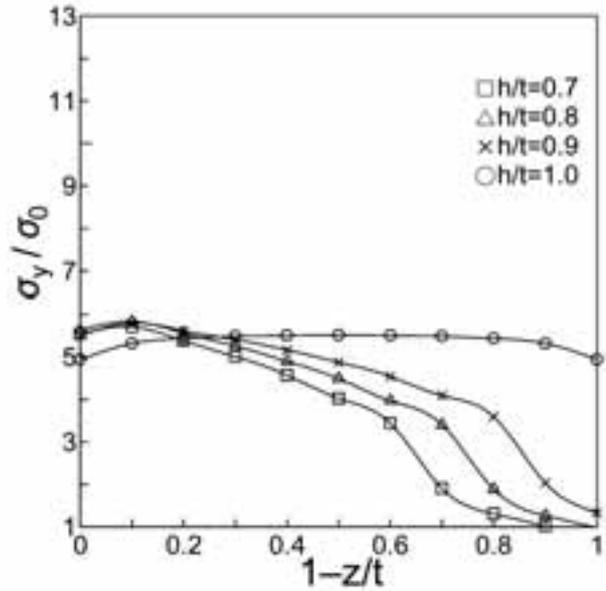


Fig. 6 孔縁の厚さ方向応力分布  $\sigma_y$  ( $a/b=0.6$ )

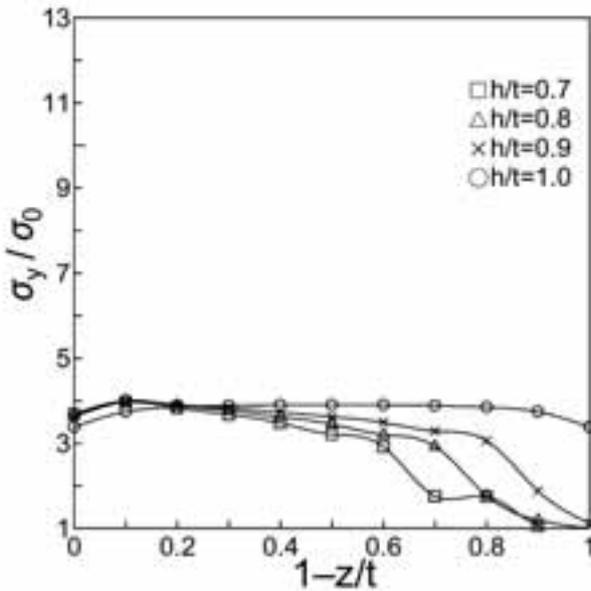


Fig. 5 孔縁の厚さ方向応力分布  $\sigma_y$  ( $a/b=0.4$ )

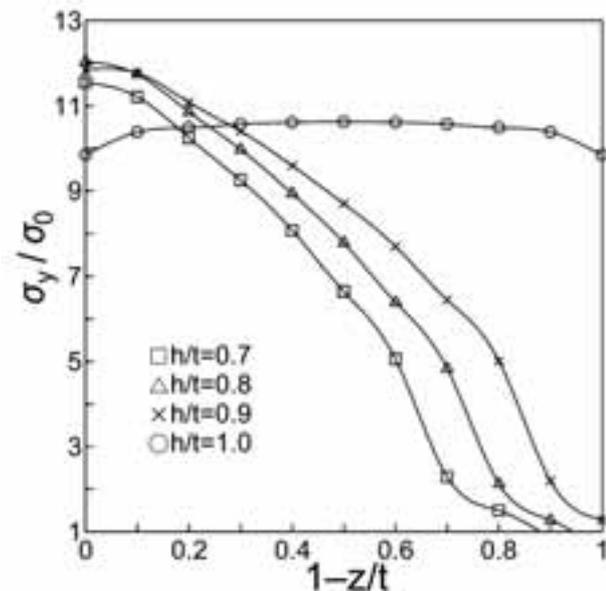


Fig. 7 孔縁の厚さ方向応力分布  $\sigma_y$  ( $a/b=0.8$ )

Fig.8~Fig.11に孔の深さ $h/t$ を基準とし、 $a/b$ の変化による応力分布の違いを示す。非貫通孔の場合、孔径が大

きいと孔の深さ $h/t=0.7$ 以上では応力分布の変化が大きいくちがわかる。なおFig.11は貫通孔の結果である。

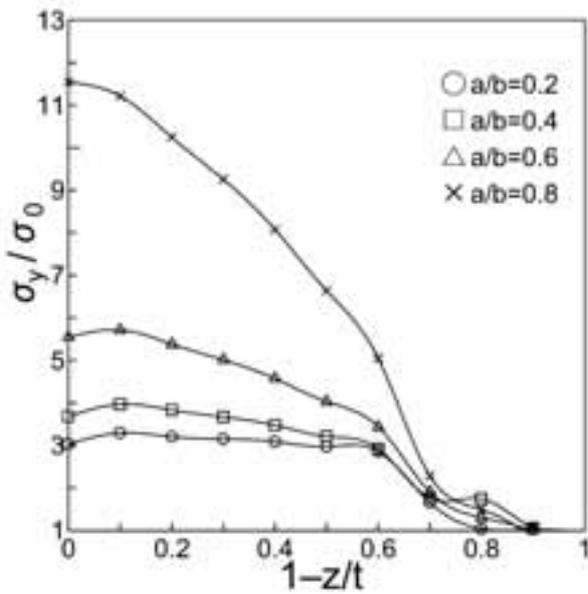


Fig. 8 孔縁の厚さ方向応力分布  $\sigma_y$  ( $h/t=0.7$ )

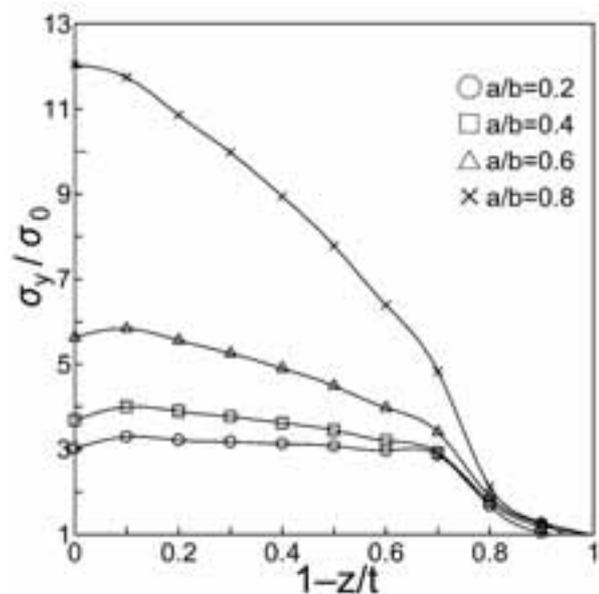


Fig.10 孔縁の厚さ方向応力分布  $\sigma_y$  ( $h/t=0.9$ )

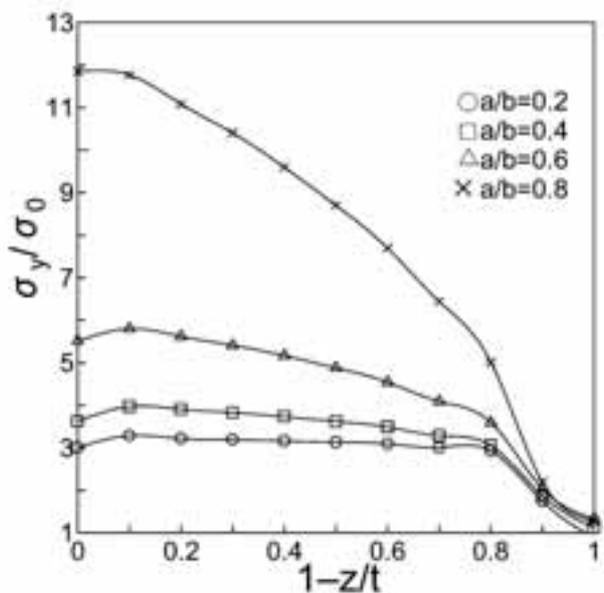


Fig. 9 孔縁の厚さ方向応力分布  $\sigma_y$  ( $h/t=0.8$ )

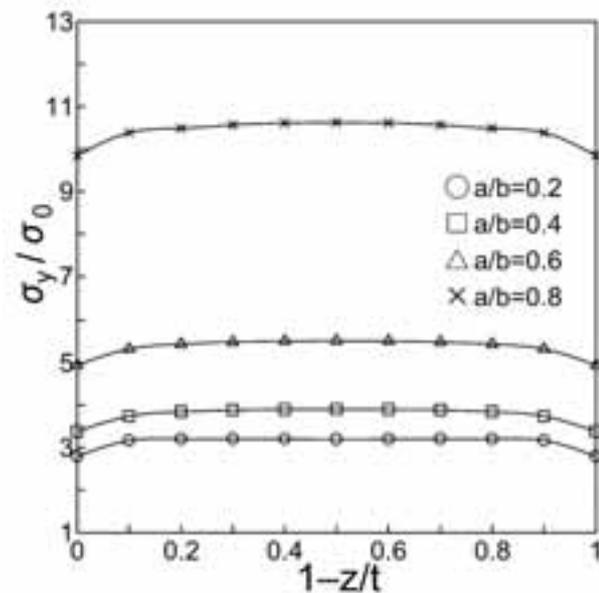
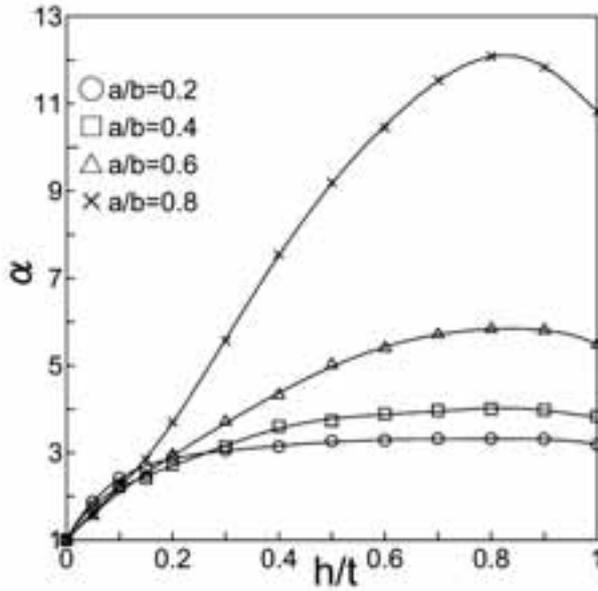


Fig.11 孔縁の厚さ方向応力分布  $\sigma_y$  ( $h/t=1.0$ )

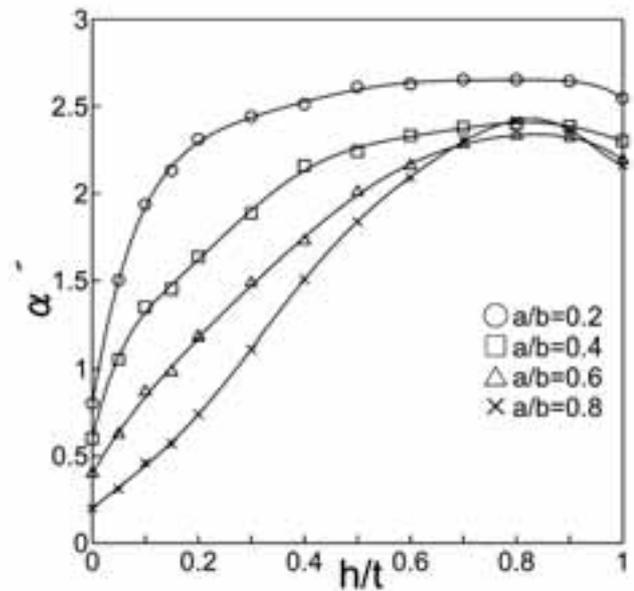
3. 非貫通孔の応力集中係数

Fig.12, 13に孔縁の最小断面における荷重方向応力 $\sigma_y$ の最大値を式(1)と(2)の定義の応力集中係数 $\alpha$ と $\alpha'$ で示す。Fig.12(a), Fig.13(a)は横軸に孔の深さと板厚の比 $h/t$ を取り、孔径と板幅の比 $a/b$ をパラメータとして示

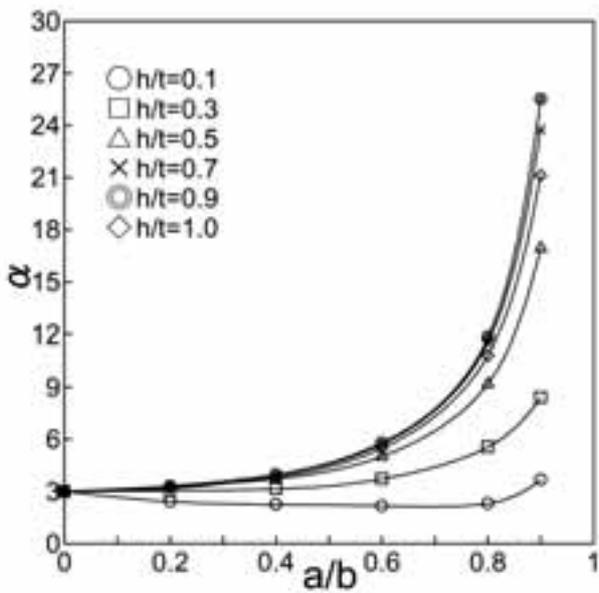
す。またFig.12(b), Fig.13(b)は横軸に $a/b$ を取り $h/t$ をパラメータとして示した。なお2次元問題の結果<sup>[3]</sup>もFig.13(b)に破線で示した。これらの結果からわかるように貫通孔の最大応力は非貫通孔の最大応力よりも小さい場合が生じるようである。



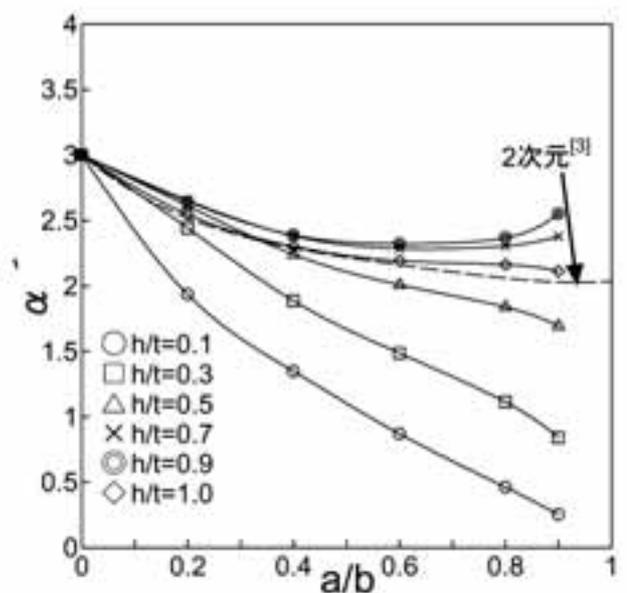
(a)



(a)



(b)



(b)

Fig.12 応力集中係数 $\alpha$

Fig.13 応力集中係数 $\alpha'$

#### 4. 結言

有限要素法を用いて非貫通孔の孔縁の応力分布を調べた。その結果、孔縁の最大応力が孔表面よりやや内側に発生し、この位置は孔径とポアソン比によって変わることがわかった。また板厚方向の応力分布は深い孔では孔径ごとに孔表面から30%程度の深さまで類似していることがわかった。さらに貫通孔の最大応力は非貫通孔のそれより常に大きくないことが示された。

最後に、孔径と孔の深さを種々変化させた形状についての応力集中係数を求め、図にまとめた。

#### 参考文献

- [1] 西谷：日本機械学会論文集（A編），48巻，447号（昭58-11）。
- [2] 中原：材料力学上巻（養賢堂），（昭43-10）。
- [3] 石田：日本機械学会論文集，21巻，107号（昭30）。