

2 軸圧縮状態における 2 円孔体の弾塑性変形解析

中山 恭秀*・峯松 順子**・清水 一郎***

FEM Analysis of Elasto-Plastic Deformation Around Two Neighboring Holes in Solid Metal Under Biaxial Compression

Yasuhide Nakayama*, Junko Minematsu** and Ichiro Shimizu***

Abstract

The voids in a material have often important role for the ductile failure. Therefore, it is necessary to control the voids growth by the processing as a mean of improving material properties. In the present paper, aluminum solid bodies which contain two closely spaced holes have been treated as simple models of damaged materials. In order to control the deformation of hole efficiently, these models have been deformed under the several strain paths of biaxial compression. As the results of this work, it is shown that compressive strain path dominate the pile up around the hole and the hole shape. Consequently, it seems that the evolution of plastic deformation around holes depend on the loading path and the work hardened area at the initial stage has an influence on the deformation of holes.

1. 緒 言

延性材料中において、ボイドの形状変形や成長といった過程は、材料の機械的性質に影響を与える非常に重要な問題である。こうした問題に関しては、これまでも、Tvergaardら [1]~[8] が様々な研究を行っている。ボイドの形状変形においては、ボイド近傍の応力・ひずみ状態が問題となるが、これにはボイドの分布状況も大きな影響を与えることが考えられるため、ボイドが近接して材料中に存在している場合について、ボイドの成長、形状変形を解析・検討することも必要である。また、負荷経路によって、ボイド間の干渉やボイド成長過程が異なることも考えられ、こうした様々な要因を考慮した解析が求められる。そこで本研究では、弾塑性有限要素法解析により、延性材料中にボイドが近接して分布するソリッドモデルを設定し、これに様々な圧縮負荷経路を与えた場合の、ボイドの変形過程について検討した。

2. 有限要素法解析

2. 1 構成式

本研究では、汎用有限要素法プログラムにより弾塑性変形解析を行う。この解析では、応力速度の定式化に

Cauchy応力のJaumann速度を用いるが⁸、Cauchy応力のJaumann速度 $\dot{\sigma}_{ij}$ は次式で表される。^{[9] [10]}

$$\dot{\sigma}_{ij} = D_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl} \quad (1)$$

ここで D_{ijkl} は、相当応力 $\bar{\sigma}$ 、偏差応力 σ'_{ij} 、横弾性係数 G 、ポアソン比 ν 、瞬間硬化係数 H' を用いて次式のように表される。

$$D_{ijkl} = G \left\{ \delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk} + \frac{2\nu}{1-2\nu} \delta_{ij} \delta_{kl} \right\} - \frac{3G \sigma'_{ij} \sigma'_{kl}}{\bar{\sigma}^2 (H'/3G + 1)} \quad (2)$$

2. 2 解析モデル

本研究では、材料中にボイドが近接して分布しているモデルに、圧縮負荷をかけた場合のボイド形状の変形について取り扱う。単純モデルとして、 $10 \times 10 \times 5$ (mm) の直方体試験片に $\phi 1$ の円孔を中央に 2 つ配列させた。円孔の中心間距離は 2 mm である。また円孔配列角 θ を Fig.1 のように、円孔中心間を結ぶ線分と水平線とのなす角と定義しモデルを設定した。この要素分割モデルを Fig.2 に示す。要素は 6 面体 8 節点アイソパラメトリック

* 電子機械工学科

** 専攻科生産システム工学専攻

*** 岡山大学工学部機械工学科

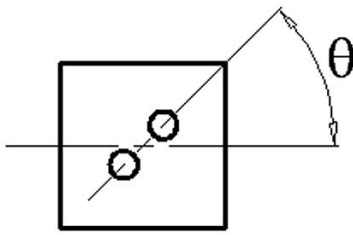


Fig.1 Array angles of holes

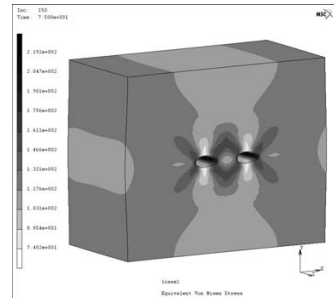


Fig.2 Mesh data for FEM analysis

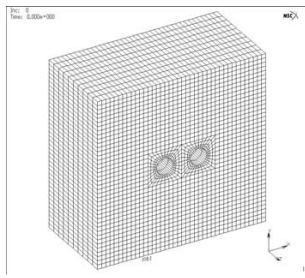


Fig.3 Loading paths

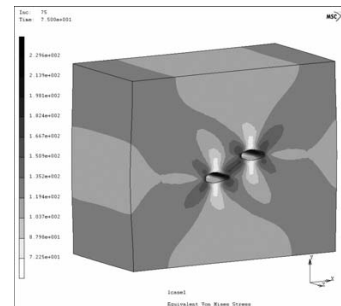
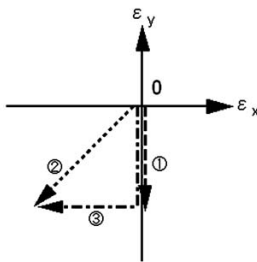
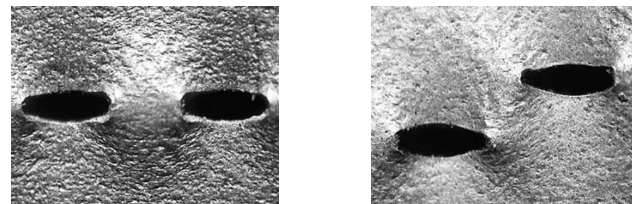
Fig.4 Distribution of equivalent stress ($\theta=0^\circ$)Fig.5 Distribution of equivalent stress ($\theta=30^\circ$)

Fig.6 Deformation of holes

要素であり、要素数はおよそ12,000である。試験片材料は工業用純アルミニウムであり、ヤング率70GPa、ポアソン比0.3、加工硬化指数0.34とした。

このモデルに、Fig.3に示すような負荷経路、①単軸圧縮 {y 軸方向 (紙面上下方向) 相当ひずみ $\bar{\varepsilon}=0.135$ }, ②等2軸圧縮 {x 軸・y 軸 (同時圧縮) 相当ひずみ $\bar{\varepsilon}=0.285$ }, ③段階的2軸圧縮 {x 軸・y 軸方向 (y 軸方向に平面ひずみ圧縮後、x 軸方向に平面ひずみ圧縮) $\bar{\varepsilon}=0.283$ } にそれぞれ圧縮負荷をかける。このように、円孔分布状態と負荷経路を様々に変えて弾塑性変形を行い、ポイド近傍の応力・ひずみ状態について比較検討を行う。

3. 有限要素法解析結果

3.1 単軸圧縮 (負荷経路①)

単軸圧縮負荷におけるシミュレーション結果を示す。Fig.4, 5は円孔配列角度 $\theta=0^\circ, 30^\circ$ 各モデルの相当応力分布である。

単軸圧縮負荷におかれるため、モデル材料は $\theta=0^\circ$,

30° とともに、自由表面において太鼓状に膨らみ、負荷方向に円孔はつぶれ、負荷垂直方向には円孔が伸長していることがわかる。相当応力分布から、円孔近傍の塑性変形において、円孔相互に干渉していることも認められた。 $\theta=30^\circ$ のモデルにおいては、2円孔間の領域における応力が $\theta=0^\circ$ に比べ高くなっており、円孔間の干渉が大きいことがわかる。また、応力の最大値は $\theta=0^\circ$ のとき $\sigma_{\max}=219.2\text{MPa}$ 、 $\theta=30^\circ$ のモデルでは $\sigma_{\max}=229.6\text{MPa}$ となり、 $\theta=30^\circ$ のモデルで、円孔近傍の最大応力が最も高い値となった。これは 30° がせん断帯発生 の角度 (35.3°) に近いことから、円孔配列方向に変形が進展しやすく、円孔相互の干渉が大きいと考えられる。すべてのモデルにおいて、応力・ひずみの最大値はともに円孔が隣接する側、かつ表面より内部において発生していることが認められた。

Fig.6は実際に試験片を作製し、圧縮試験を行ったものである。解析結果と同様に、負荷方向に円孔はつぶれ、負荷垂直方向には円孔が伸長していることがわかる。また、円孔形状は有限要素法によるシミュレーションとよ

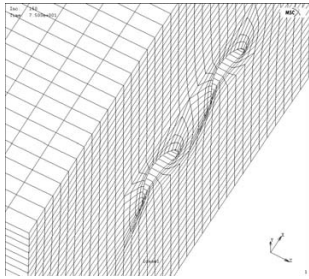
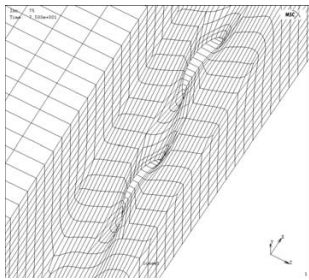
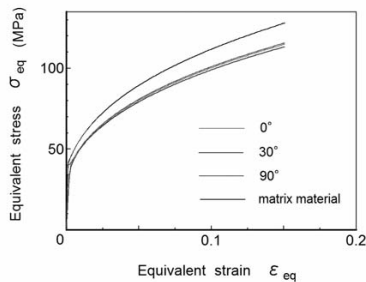
Fig.7 Deformation of void ($\theta=0^\circ$)Fig.8 Deformation of void ($\theta=30^\circ$)

Fig.9 Equivalent stress-equivalent strain curves

く一致している。

Fig.7, 8は $\theta=0^\circ, 30^\circ$ 各モデルの円孔近傍の変形を拡大したものである。 $\theta=0^\circ, 30^\circ$ 各モデルともに、モデル表面が板厚方向(z 軸方向)に大きく突出していることが認められた。特に $\theta=30^\circ$ のモデルでは、円孔形状の湾曲や突出が大きく、円孔の干渉や円孔近傍での応力状態が、ポイド近傍の塑性変形に影響していることがわかった。

Fig.9に材料モデル全体に働く巨視的な相当応力・相当ひずみ線図を示す。巨視的な応力に関して、配列角による大きな差は見られないが、 $\theta=30^\circ$ のモデルでは、巨視的な応力がわずかに低下しているのが認められる。また、円孔のあるモデルが円孔のないものと比べて応力値が10%ほど低下することが認められた。ポイドの体積率が1.6%であることを考えると、円孔の分布が材料の性質に与える影響が大きいことがわかる。

3.2 等2軸圧縮(負荷経路②)

次に等2軸圧縮負荷におけるシミュレーション結果を示す。Fig.10, 11は $\theta=0^\circ, 30^\circ$ 各モデルの相当応力分布である。

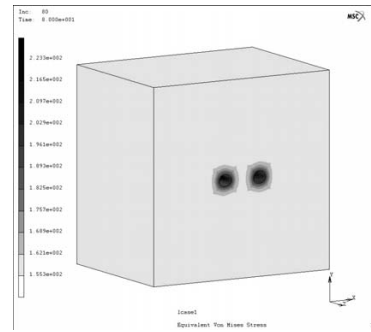
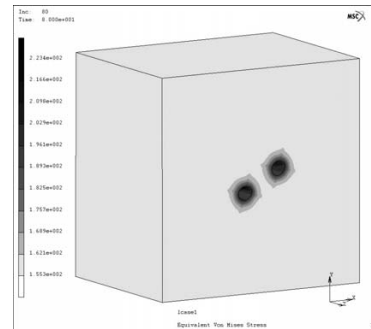
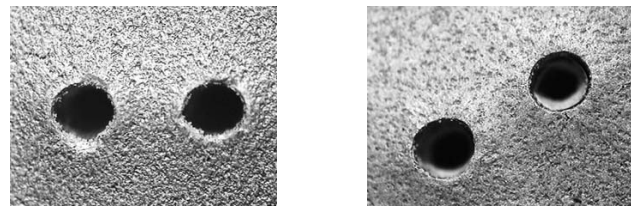
Fig.10 Distribution of equivalent stress ($\theta=0^\circ$)Fig.11 Distribution of equivalent stress ($\theta=30^\circ$)

Fig.12 Deformation of holes

等2軸圧縮負荷のため、モデル材料は x 軸・ y 軸方向ともに拘束されているため、単軸圧縮のように太鼓状に膨らむことはなく、自由端である z 軸方向に大きくなることが認められた。円孔は、ほぼ円孔形状のまま小さくなっていることがわかる。よって単軸圧縮のときのような円孔相互の著しい干渉は認められない。そのため、配列角度による応力分布の違いもほとんど見られない。応力の最大値は $\theta=0^\circ$ で $\sigma_{\max}=223.3\text{MPa}$ 、 $\theta=30^\circ$ のモデルでは $\sigma_{\max}=223.4\text{MPa}$ であった。等2軸の場合は配列角度が変わっても応力・ひずみの値はほとんど変化しないことがわかる。これは、2円孔の中心間距離と直径の比が変形とともに小さくなるため、円孔の干渉があまりないためだと考えられる。このことは、Fig.10, 11の応力分布からもわかる。応力・ひずみの最大値は単軸圧縮と同様で、ともに円孔が隣接する側、かつ表面より内部において発生していることが認められた。

Fig.12は実際に試験片を作製し、圧縮試験を行ったものである。解析結果と同様に、円孔はほぼ円孔形状のまま小さくなっており、シミュレーション結果とも一致する。

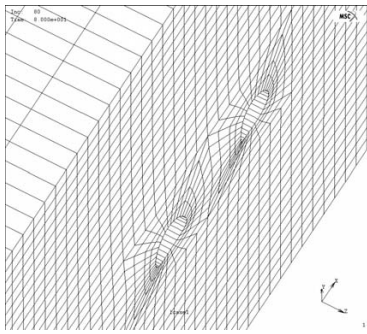


Fig.13 Deformation of void ($\theta=0^\circ$)

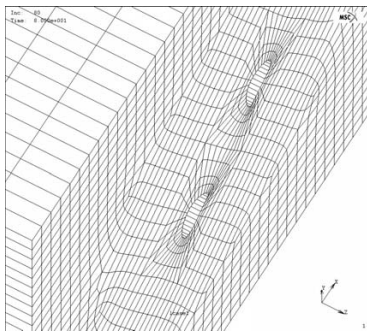


Fig.14 Deformation of void ($\theta=30^\circ$)

また、Fig.13, 14は $\theta=0^\circ, 30^\circ$ 各モデルの円孔近傍の変形を拡大したものである。各モデルともに、モデル表面が板厚方向(z軸方向)に突出していることが認められるものの、単軸圧縮の場合ほどではなかった。円孔形状は、単軸圧縮とは異なり中央部で凹む形状には変形していない。また、円孔形状も、変形が進んでも、円形を保

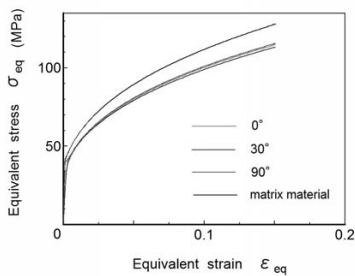


Fig.15 True stress-equivalent strain curves

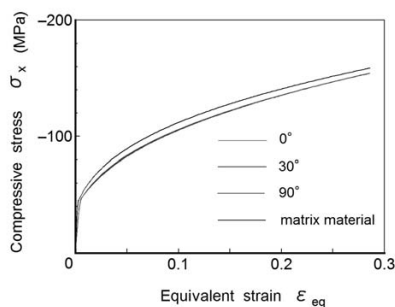


Fig.16 True stress-equivalent strain curves

っていることがわかった。これは、円孔間の干渉があまりないことと、等2軸圧縮により、材料がz軸方向のみに膨らむことによるものと考えられる。

Fig.15, 16に材料モデル全体に働く巨視的な真応力-相当ひずみ線図を示す。真応力-真ひずみ線図は、x・y方向の応力ともに配列角による応力変化はほとんど認められず、 $\theta=30^\circ$ のモデルの単軸圧縮のときのような差も全くない。このことから、等2軸圧縮負荷では、円孔間の干渉が極端に弱いものと考えられる。

3. 3 段階的2軸圧縮 (負荷経路③)

次に段階的2軸圧縮負荷におけるシミュレーション結果を示す。段階的2軸圧縮は、まずy軸方向に平面ひずみを与え圧縮し、後にx軸方向に平面ひずみ圧縮を与えたものである。まずy軸方向に圧縮した場合の結果を示す。

Fig.17, 18は $\theta=0^\circ, 30^\circ$ 各モデルの相当応力分布である。単軸圧縮と同様に、モデル材料は、負荷垂直方向に円孔がつぶれ、負荷垂直方向に円孔が伸長しているが、x軸方向が拘束状態となっているため太鼓状には膨らまずにz軸方向に膨らんでいることが認められた。また、相当応力分布から、円孔近傍の塑性変形において、円孔相互に干渉していることが認められ、特に $\theta=30^\circ$ のモデルでは顕著である。また配列角による応力分布の違いは単軸圧縮と同様に、 $0, 30^\circ$ モデルともに円孔の干渉による応力分布がよくわかる。また、応力の最大値は $\theta=0^\circ$ のと

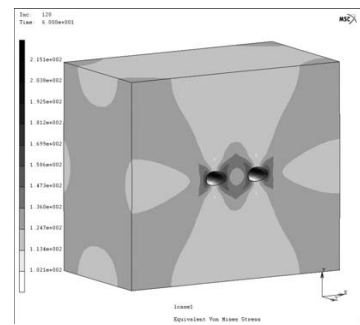


Fig.17 Distribution of equivalent stress ($\theta=0^\circ$)

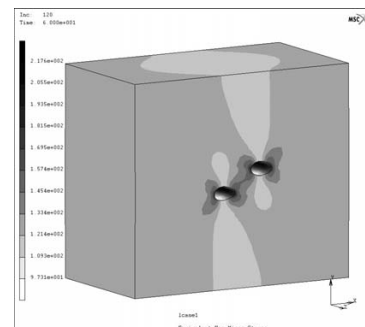


Fig.18 Distribution of equivalent stress ($\theta=30^\circ$)

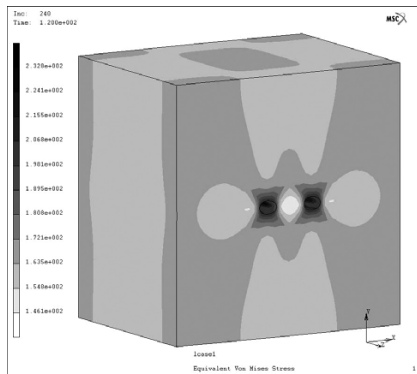


Fig.19 Distribution of equivalent stress ($\theta = 0^\circ$)

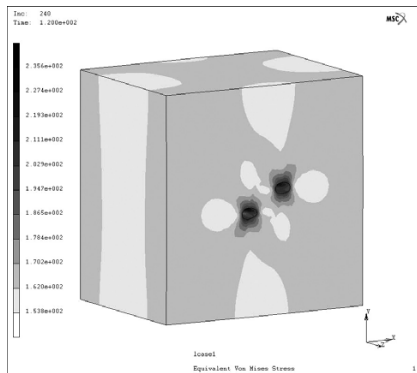


Fig.20 Distribution of equivalent stress ($\theta = 30^\circ$)

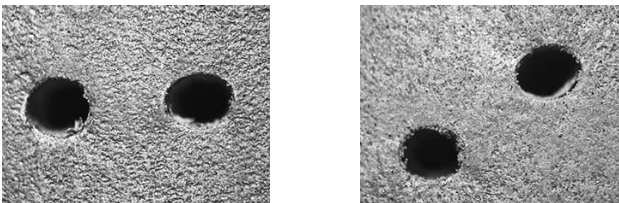


Fig.21 Deformation of holes

き $\sigma_{\max} = 215.1\text{MPa}$, $\theta = 30^\circ$ のモデルでは $\sigma_{\max} = 217.6\text{MPa}$ を示し、単軸圧縮と同様に 30° のときが一番高い値となった。応力の最大値は単軸・等 2 軸圧縮同様、円孔が隣接する側、かつ表面より内部に発生していることが認められた。

次に、先ほどの状態から x 軸方向に平面ひずみ圧縮を与えた場合の、結果を示す。Fig.19, 20 は $\theta = 0^\circ, 30^\circ$ のときの相当応力分布である。モデル材料の外形状は、x 軸方向の圧縮により等 2 軸圧縮と同様であるが、円孔形状は、だ円となり、等 2 軸圧縮の場合とは異なっている。これは、最初に y 軸方向のみに圧縮を行っており、この段階における円孔近傍の塑性変形領域が大きく影響していると考えられる。

また、応力の最大値は $\theta = 0^\circ$ のとき $\sigma_{\max} = 232.8\text{MPa}$, $\theta = 30^\circ$ では $\sigma_{\max} = 235.6\text{MPa}$ を示し、単軸や等 2 軸と同

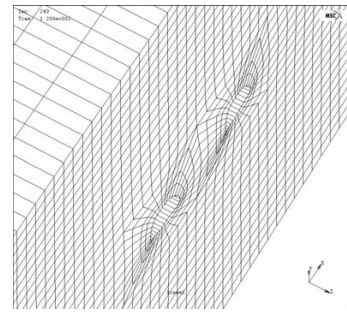


Fig.22 Deformation of void ($\theta = 0^\circ$)

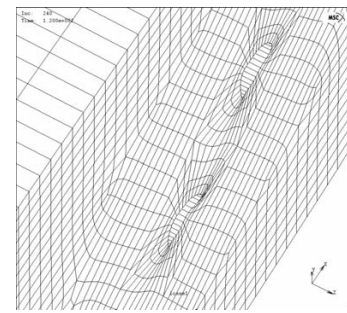


Fig.23 Deformation of void ($\theta = 30^\circ$)

様に 30° のときが高い値となった。また、応力の最大値は単軸・等 2 軸圧縮同様、円孔が隣接する側、かつ表面より内部に発生していることが認められた。

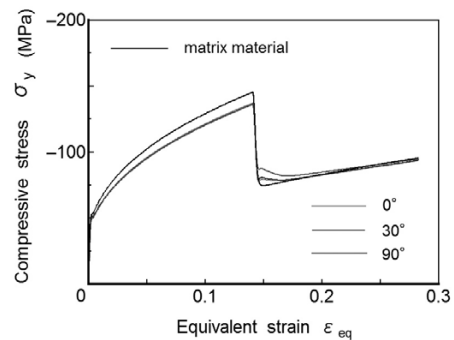


Fig.24 True stress-equivalent strain curves

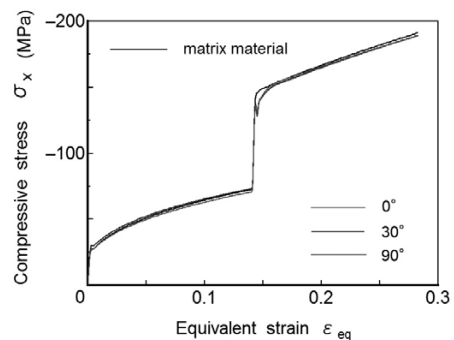


Fig.25 True stress-equivalent strain curves

Fig.21は実際に試験片を作製し、圧縮試験を行ったものである。解析結果と同様に、円孔はだ円となっているのがわかる。

Fig.22, 23は各モデルの円孔近傍の変形を拡大したものである。 $\theta=0^\circ, 30^\circ$ ともに、モデル表面が板厚方向 (z 軸方向) に突出していることが認められた。また、円孔形状は、中央部で凹む形状となり、円孔近傍での応力状態がポイド近傍の塑性変形に影響していることがわかった。

Fig.24, 25に材料モデル全体に働く巨視的な真応力 - 相当ひずみ線図を示す。単軸・等2軸圧縮と同様に、 x , y 方向ともに配列角による全体的な応力変化はほとんど認められないが、 y 軸方向から x 軸方向に負荷方向が切り替わる点において、応力の変動がはっきりと現れることがわかる。また、 y 方向の真応力 - 真ひずみ線図から負荷方向が切り替わる点において、 $\theta=90^\circ$ の場合における応力が少し高くなっていることがわかる。これは、負荷方向切替に対する配列角度の変化が大きいためと考えられる。

4. 結 言

本研究において、ポイドを近接して含む延性材料において、3つの異なる負荷経路に2円孔の配列角度を変えて圧縮負荷を与え、応力・ひずみ分布、およびポイド形状の変形について、有限要素法解析を行った。負荷経路と2円孔の配列角度により、モデル材料外形状、円孔形状の変形にそれぞれ違いが認められ、特に円孔近傍においては、モデル表面の突出に大きな違いが認められた。単軸圧縮の場合、円孔が大きくだ円状となり、中央部が z 軸方向に湾曲する。モデルの外形状は、自由表面において太鼓状に膨らんだ。等2軸圧縮の場合、 z 軸方向の変位量が大きく円孔間の干渉が弱いため、円孔形状の変化は認められず、中央部の湾曲もほとんどみられない。モデル外形は、拘束状態のため太鼓状に膨らむことはなく、自由端である z 軸方向に大きくなっている。段階的2軸圧縮の場合、円孔は単軸圧縮ほど大きくはないが同様にだ円状となり、中央部も湾曲し、円孔間の干渉が影響していることがわかる。段階的2軸圧縮は、 y 軸に圧縮を与えた後に、 x 軸に圧縮を与えるため、単軸圧縮と等2軸圧縮の中間的な形状となっている。モデル外形は、等2軸圧縮と同様な拘束状態のため太鼓状に膨らまず、自由端である z 軸方向に大きくなっている。このように負荷経路によって、円孔の成長・変形過程も変化することがわかった。円孔近傍に塑性変形にともなう加工硬化を起こす領域が、負荷履歴によってどのような分布・発達をしているかが、大きく影響していると考えられる。

参考文献

- [1] Viggo Tvergaard : Int. J. of Solids and Structures Vol.18 No.8 (1982), p.659
- [2] Viggo Tvergaard : J. Mech. Phys. Solids Vol.30 No.4 (1982), p.265
- [3] Viggo Tvergaard : Computational Mechanics 20(1997), p.186
- [4] Viggo Tvergaard : Int. J. of Mechanical Sciences 42(2000), p.381
- [5] Thomas Ø rts Pedersen : Computers and Structures Å 67(1998), p.279
- [6] Yasuhide Nakayama : Key Engineering Materials Vol.233-236 (2003), p.797
- [7] John W. Hutchinson : Numerical Solution of Nonlinear Structural Problems 7 (1973), ASME, New York.
- [8] Viggo Tvergaard : J. of Mech. Phys. Solids Vol.24(1976), p.291.
- [9] M.Rappaz, M.Bellet and M.Deville : *Numerical Modeling in Materials Science and Engineering* (Translated by R.Snyder, Springer, Germany 2002).
- [10] 富田佳宏, 数値弾塑性力学, 養賢堂(1990)