

# 非貫通孔の応力集中における板厚の影響

鶴 秀登\*・大塚 哲弥\*\*・濱中 敬司\*\*\*・ズル アズリ\*\*\*

## Influence of Plate Thickness on Stress Concentration of a Pit

Hideto Tsuru\*, Tetsuya Otsuka\*\*, Keiji Hamanaka\*\*\* and Zul Azri Bin Shamsudin\*\*\*

### Abstract

The influence of plate thickness on the stress distribution and concentration on the edge of a pit which a rectangular parallelepiped under uniform tension has are examined. Numerical calculations in the case of three kinds of plate thicknesses are performed for various combinations of the size and the depth of a circular pit by using the commercial FEM software MSC.Nastran and MSC.Patran. According to the results, maximum circumferential stress on the edge of a pit occurs close below the surface in the case of thin plate with a large size pit. The stress concentration factors based on the net cross-sectional area are shown in the figures, and so they can be used in design.

### 1. 緒 言

構造物における応力集中現象を知ることは、破壊の起点を求める上で重要である。一方、破壊が応力場を考慮しなければならないことも示されている<sup>[1]</sup>。また有限要素法 (Finite Element Method) による数値解析はコンピュータの発達とともに幅広い問題に精度良い結果を与えるようになった。しかし、市販のFEMソフトは汎用性をもたせているため、前処理も後処理も多くの手順を必要とし、有用な数値計算を行うためには経験と専門知識が必要となる。

本研究では、ピットを持つ直方体の一様引張り問題における板厚の影響について、ピット形状を種々変化させて数値計算し、孔縁に生じる最小断面上の荷重方向引張応力に着目して、その応力分布と破損の一次因子となる最大応力について結果をまとめた。また貫通孔<sup>[2]</sup>と非貫通孔の最大応力への板厚の影響についても調べた。なお、この過程において専攻科生と本科生が計算ソフトの使用法を習得することと、結果の吟味と論文のまとめ方を学ぶことも目的とした。

### 2. 解析形状および条件

Fig.1に示す中央に非貫通孔 (直径 $2a$ , 深さ $h$ ) を有する幅 $2b$ , 厚さ $t$ の長方形断面をもつ長さ $4b$ の直方体が、その長手方向に一様引張応力 $\sigma_0$ を受ける問題を取り扱った。そして板厚と板幅の比 $t/2b$ のそれぞれにおける孔

径 $2a$ と板幅 $2b$ の比 $a/b$ と、孔の深さ $h$ と板厚 $t$ の比 $h/t$ の変化の組み合わせが応力分布と応力集中係数に及ぼす影響を検討した。計算に用いた形状寸法と荷重応力をTable 1に示す。数値計算上、材料定数は縦弾性係数 $E=206\text{GPa}$ , ポアソン比 $\nu=0.3$ とした。そして弾性応力問題とし、孔縁の最小断面に生じる荷重方向の垂直応力 $\sigma_y$ のみを取り扱った。なお数値計算はその対称性から1/4の領域で解析でき (Fig.2), 市販のプリポストプロセッサMSC.PatranとソルバーMSC.Nastranを用い、六面体要素の8節点で計算を行った。また結果の整理には貫通孔の公称応力を用いた次式の応力集中係数を用いた。

$$\alpha' = \frac{(\sigma_y)_{\max}}{\sigma'_0} \left( \sigma'_0 = \frac{b}{b-a} \sigma_0 \right) \cdots (1)$$

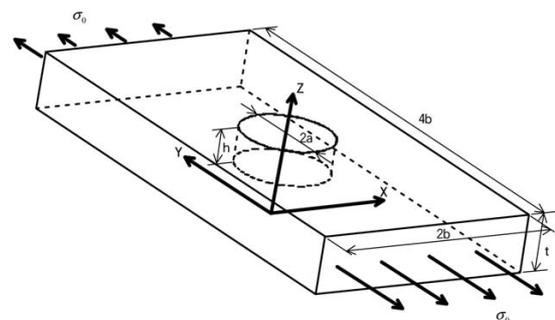


Fig.1 直方体の一様引張り

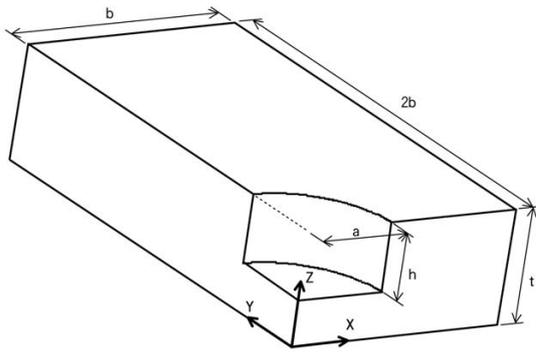


Fig.2 解析領域

Table 1 解析に用いた形状寸法と負荷応力

板厚と板幅の比	板厚 t	板幅 2b	引張り応力 $\sigma_0$
t/2b=1.0	100mm	100mm	980MPa
t/2b=0.5	50mm	100mm	980MPa
t/2b=0.25	25mm	100mm	980MPa

### 3. 数値解析結果と検討

#### 3.1 要素分割

まず非貫通孔の孔縁と板厚方向の分割数について検討した。Table 2に形状が $a/b=0.4$ ,  $h/t=0.6$ の場合について、板厚分割数を一定とし、円周分割数を種々変化させて $(\sigma_y)_{max}/\sigma_0$ の安定性を調べた。厚さ方向の分割については厚板では粗い分割、薄い板では分布の精度を考慮して円周の分割サイズと同程度となるよう $t/2b=1.0$ , 0.5では10分割,  $t/2b=0.25$ では20分割とした。Table 2から分かるように安定した結果が得られている。

次に円周分割数40として板厚の分割数を10, 20, 30と変化させたときの計算結果をTable 3に示す。同様に安定した結果が得られた。以上の結果から以後の計算は、孔の大きさに関係なく円周分割数を40とし、板厚の分割数を $t/2b=1.0$ , 0.5では10分割程度,  $t/2b=0.25$ で20分割程度をめぐりに孔の深さを考慮して分割した (Fig.3)。

さらに、精度を推定するため貫通孔問題を解析し、従来の結果<sup>[2]</sup>と比較してTable 4に示す。表中に2次元間

Table 2 円周分割数による $(\sigma_y)_{max}/\sigma_0$ の安定性 ( $a/b=0.4$ ,  $h/t=0.6$ )

1/4 円周分割数	20	40	80	160
t/2b=1.0: 板厚 10 分割	3.86	3.88	3.89	3.89
t/2b=0.5: 板厚 10 分割	3.54	3.56	3.56	3.56
t/2b=0.25: 板厚 20 分割	3.22	3.24	3.24	3.24

Table 3 板厚分割数による $(\sigma_y)_{max}/\sigma_0$ の安定性 ( $a/b=0.4$ ,  $h/t=0.6$ )

深さ方向の分割数	10	20	30
t/2b=1.0: 円周 40 分割	3.86	3.84	3.84
t/2b=0.5: 円周 40 分割	3.54	3.54	3.54
t/2b=0.25: 円周 40 分割	3.27	3.22	3.24

Table 4 貫通孔における $(\sigma_y)_{max}/\sigma_0$ の比較

a/b	0.2	0.4	0.6
t/2b=1.0 [Ref.2]	3.15	3.75	5.24
t/2b=1.0	3.18	3.84	5.48
t/2b=0.5	3.24	3.89	5.51
t/2b=0.25	3.29	3.88	5.45
2次元 [Ref.3]	3.16	3.77	5.35

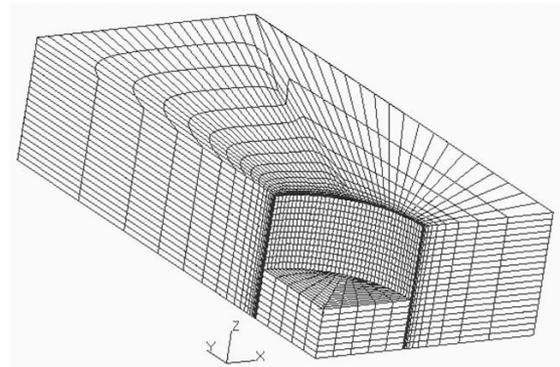


Fig.3 要素分割例 (円周40分割, 板厚20分割) ( $a/b=0.4$ ,  $h/t=0.6$ ,  $t/2b=0.25$ )

題の結果<sup>[3]</sup>も併せて示した。角棒 ( $t/2b=1.0$ ) の場合 $a/b$ の広い範囲で良い一致を示していることがわかる。

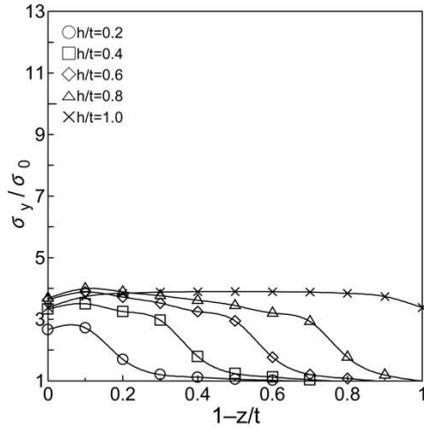
#### 3.2 孔深さ方向の応力分布

Fig.4, 5に孔縁の荷重方向応力 $\sigma_y$ の孔深さ方向応力分布について検討するために、孔径比 $a/b=0.4$ と0.8について、横軸に孔深さの表面からの位置をとり、深さ比 $h/t$ をパラメータとし、板厚比 ( $t/2b$ ) ごとの応力分布を示す。また、Fig.6, 7には $h/t=0.4$ と0.8について、孔径比 $a/b$ をパラメータとして板厚比ごとの応力分布を示す。Fig.4, 5からわかるように孔径比が大きくなると、板厚比によって最大値が異なり応力分布の変化も急になることがわかる。しかし、応力分布の変化率は位置を板厚との比で表

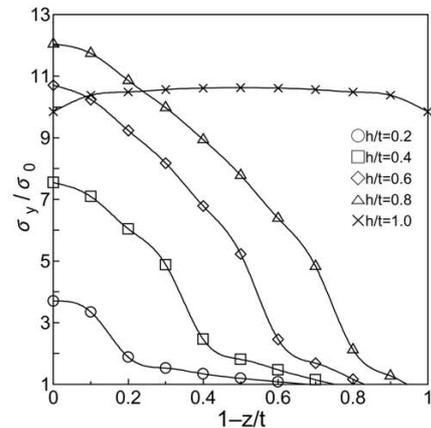
わす限りでは孔深さ比に関係なく、またこれは板厚と無関係のようである。なお孔が小さい場合応力変化が小さく、最大値も板厚では変わらない。さらに最大応力の位置は $a/b$ が小さいときは明らかに表面より孔奥であるこ

とがわかるが、 $a/b$ が大きくなると表面に近づくことがわかる。そして板が薄い場合の非貫通孔の応力は貫通孔の応力より常に小さくなるようである。

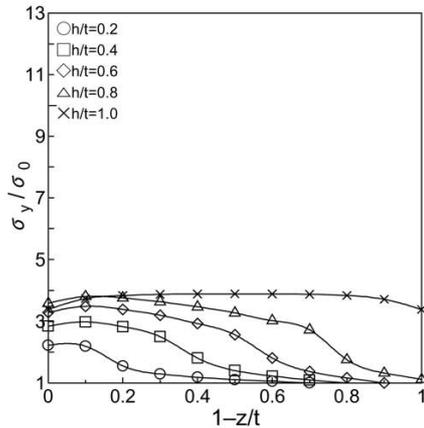
前述のことはFig.6, 7からも理解できる。 $h/t$ と $a/b$ が小



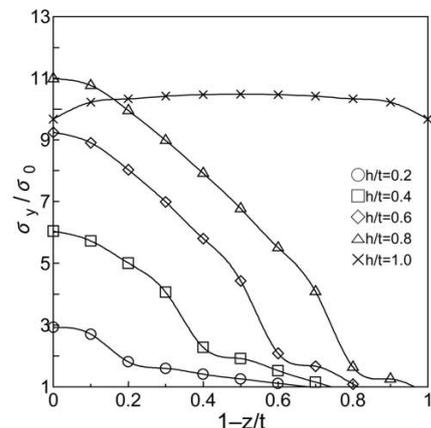
(a)  $t/2b=1.0$



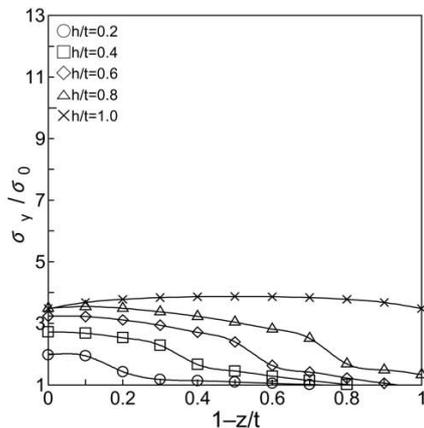
(a)  $t/2b=1.0$



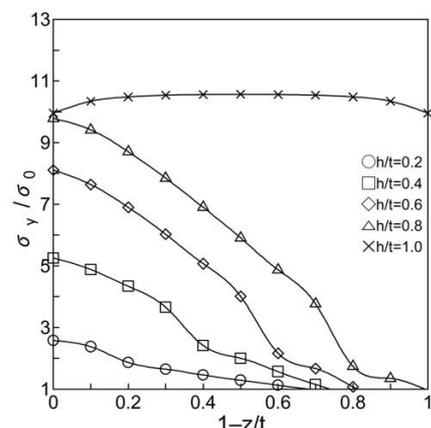
(b)  $t/2b=0.5$



(b)  $t/2b=0.5$



(c)  $t/2b=0.25$



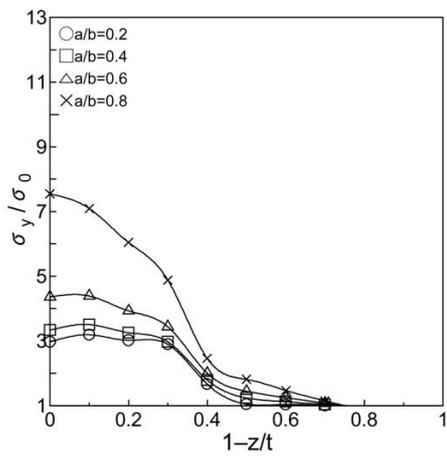
(c)  $t/2b=0.25$

Fig.4 孔縁の厚さ方向応力分布 ( $a/b=0.4$ )

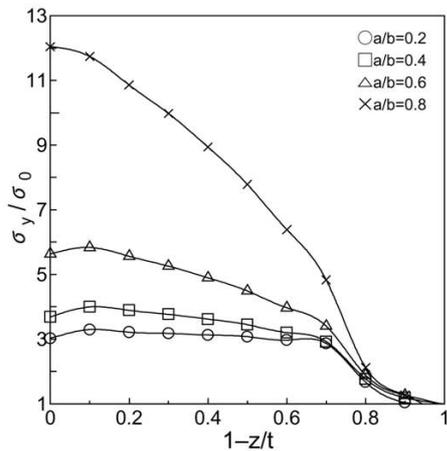
Fig.5 孔縁の厚さ方向応力分布 ( $a/b=0.8$ )

さい, すなわちピット形状が小さいとき深さ方向の応力変化が小さくその値は表面近くでよく知られた応力集中の値3からピット底の負荷応力の値となっている。孔表面に相当する縦軸上近傍の応力分布に着目すると板

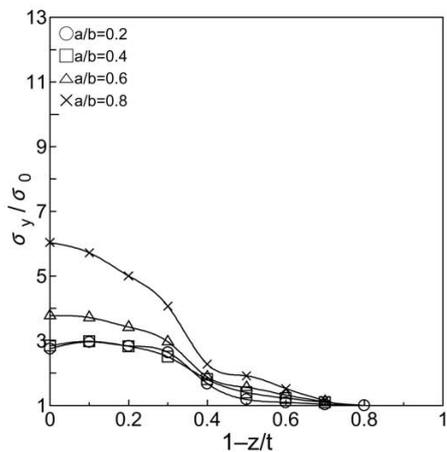
厚が薄くピット形状が大きくなるにつれ, 応力分布の最大値が表面に近い位置に生じることがわかる。なお貫通孔の場合, 最大応力は表面よりやや内側の点に生じることが知られている [2]。また,  $t/2b=1.0$ の非貫通孔では孔



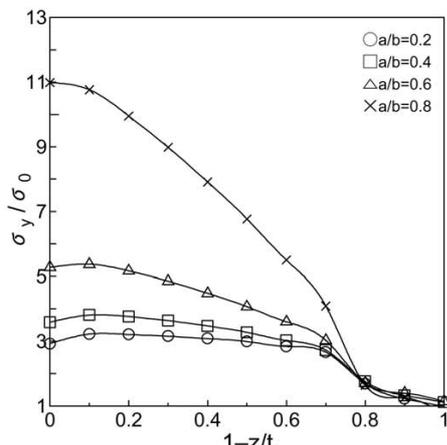
(a)  $t/2b=1.0$



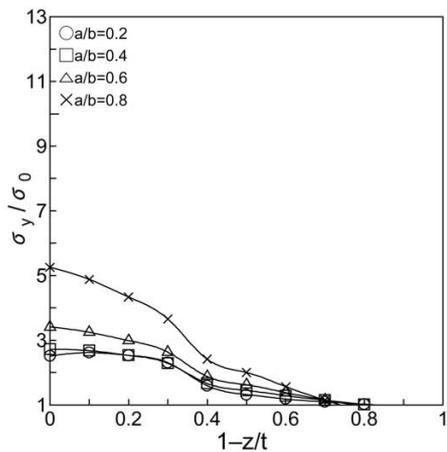
(a)  $t/2b=1.0$



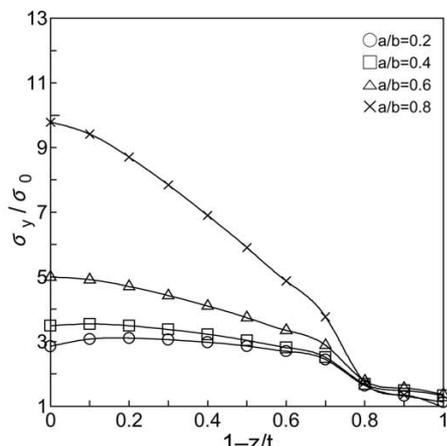
(b)  $t/2b=0.5$



(b)  $t/2b=0.5$



(c)  $t/2b=0.25$



(c)  $t/2b=0.25$

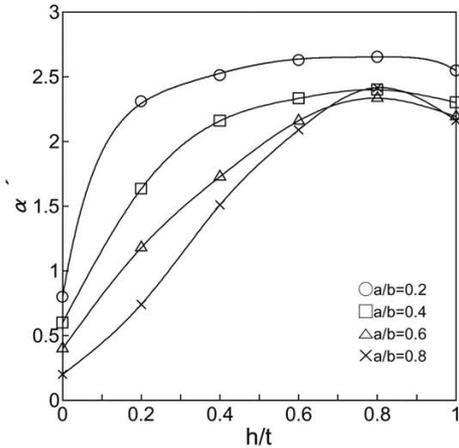
Fig.6 孔縁の厚さ方向応力分布 ( $h/t=0.4$ )

Fig.7 孔縁の厚さ方向応力分布 ( $h/t=0.8$ )

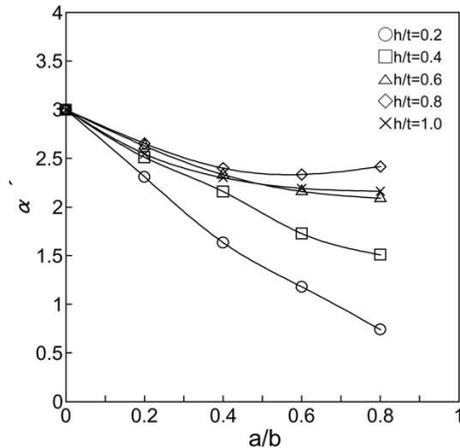
径比 $a/b$ とポアソン比 $\nu$ によって最大応力の位置が変化することを述べた<sup>[4]</sup>。  $t/2b=0.5, 0.25$ の場合でも同様であるが、 $t/2b$ が小さいほど $a/b$ が小さい段階で最大応力の位置が表面近くにくるようである。

### 3.3 非貫通孔の応力集中係数

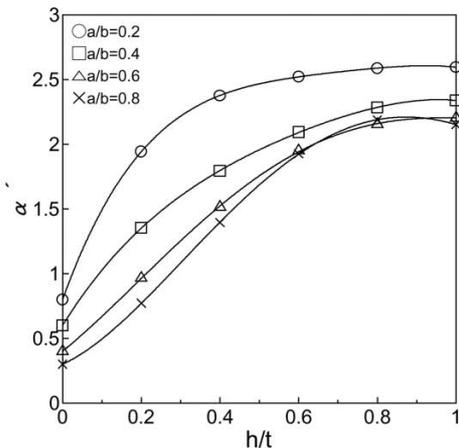
以上で述べた孔縁の最小断面における荷重方向応力分布 $\sigma_y$ において、その最大値 $(\sigma_y)_{\max}$ を式(1)の無次元表示(応力集中係数 $\alpha'$ )でFig.8, 9に示す。Fig.8は



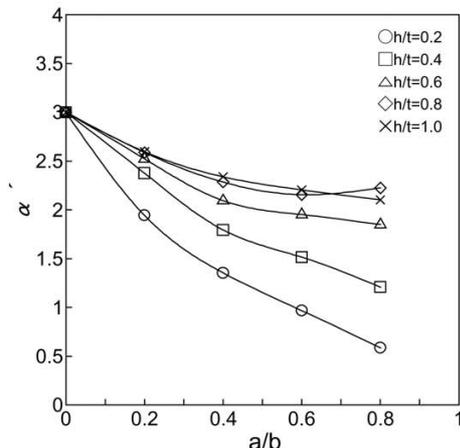
(a)  $t/2b=1.0$



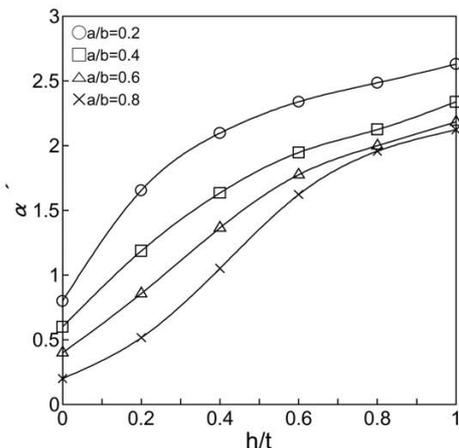
(a)  $t/2b=1.0$



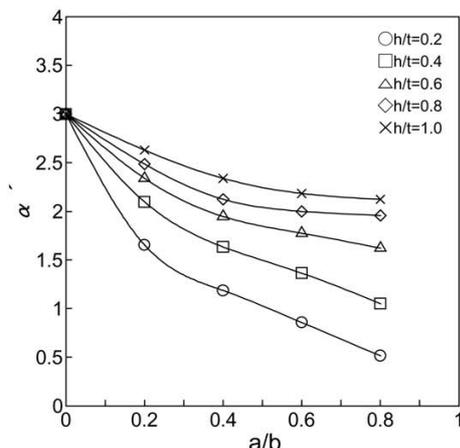
(b)  $t/2b=0.5$



(b)  $t/2b=0.5$



(c)  $t/2b=0.25$



(c)  $t/2b=0.25$

Fig.8 応力集中係数 $\alpha'$

Fig.9 応力集中係数 $\alpha'$

横軸に深さ比 $h/t$ を取り、孔径比 $a/b$ をパラメータに取って板厚比ごとに示した。またFig.9には横軸に $a/b$ を取り、 $h/t$ をパラメータとして板厚比ごとに示した。板厚が厚い場合は薄い場合に比べ孔深さが浅いときから $\alpha'$ は大きくなる事がわかる。また $a/b$ が小さいほど $\alpha'$ は大きい。そして $a/b$ に対する $\alpha'$ の変化には板厚の影響が少ないようであるが、貫通孔との比較において板厚が薄くなると、非貫通孔の $\alpha'$ が孔の大きさと深さに関係なく常に貫通孔より小さくなる事がわかる。

以上の結果を $a/b$ 、 $h/t$ の代表的な場合について板厚の影響も含めてFig.10, 11に示す。前述したようにFig.10から板厚が厚く、孔の形状が大きいほど貫通孔の $\alpha'$ より非貫通孔の $\alpha'$ が大きくなるようである。また貫通孔については板厚比の影響はごく小さい。

#### 4. 結 言

非貫通孔をもつ直方体の一様引張りにおける応力集中問題を市販の有限要素法ソフト(MSC.Patran, MSC.Nastran)を用いて数値解析した。板厚を3種類選び、孔径と孔深さを種々変えて、孔縁の最小断面に生じる荷重方向の応力に着目し、深さ方向応力分布を求めて検討した。また最大応力についても板厚とピット形状を変えて系統的な結果を得た。得られた知見は以下の通りである。

非貫通孔では板厚比が変化すると最大応力は異なってくるが応力分布の変化率はあまり変わらない。そして貫通孔では板厚の影響はごく小さい。板厚が薄くピット形状が大きくなるにつれ、応力分布の最大値が表面のごく近い位置に生じる。さらに板厚が薄くなると非貫通孔の応力集中係数 $\alpha'$ が孔の大きさと深さに関係なく常に貫通孔より小さくなる。

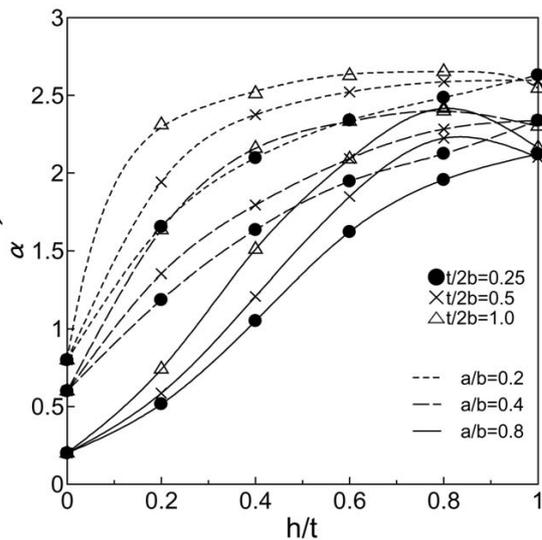


Fig.10 応力集中係数 $\alpha'$ への板厚の影響

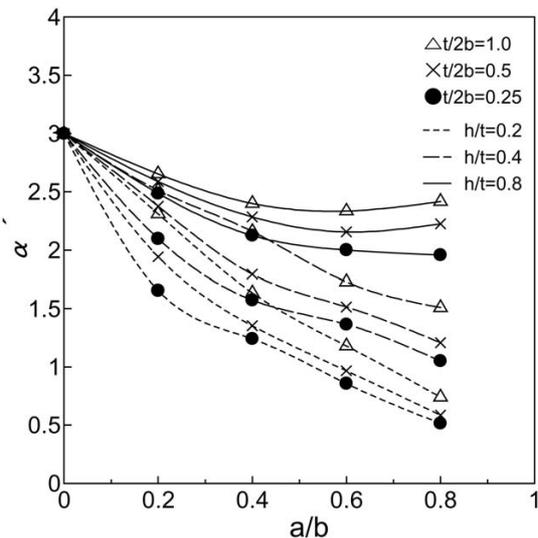


Fig.11 応力集中係数 $\alpha'$ への板厚の影響

#### 参考文献

- [1] 西谷：日本機械学会論文集 (A編), 48巻, 447号 PP.1353~1359, (昭58-11).
- [2] 中原：材料力学上巻 (養賢堂), (昭43-10).
- [3] 石田：日本機械学会論文集, 21巻, 107号 PP.507~513, (昭30).
- [4] 鶴・大塚：弓削商船高等専門学校紀要 28号, PP.11~16, (2006. 2).