

ピットを有する丸棒の応力集中

鶴 秀登*・金本 健児**・大塚 哲弥**

Stress Concentration of Cylindrical Bar With a Pit

Hideto Tsuru*, Kenji Kanemoto** and Tetsuya Otsuka**

Abstract

The problems of stress concentration in the case of a cylindrical bar with a pit under uniform tension are analyzed by the FEM. Numerical calculations are done for various combinations of the size and the depth of the circular pit. As a result of the systematic calculation of a pit size and depth, it is found that maximum circumferential stress on the edge of pit occurs below the surface of the bar and the maximum stress on the edge of penetrated hole is not always higher than that on the edge of pit.

1. 緒 言

有限要素法 (Finite Element Method) による数値解法は構造解析などさまざまな分野に用いられている。現在では、電子計算機の発達とともに複雑な構造物などに高度な解析が可能になり、精度の良い結果を得ることができる。FEMを用いた解析ソフトは汎用性をもたせているため形状作成、要素分割、境界条件入力、計算結果表示と解の検討など多くの手順と専門知識が要求され、多くの経験を積むことが大切である。

本研究では、ピットを有する丸棒の引張りにおける応力集中を市販のプリポストプロセッサとソルバーを用いて解析した。そのことによって専攻科生のソフトの利用技術の習得と、構造物の応力集中現象の理解、さらに結果を論文にまとめる際に全般的な工学的知識の底上げを計ることも目的とした。なお、応力集中現象は構造物の破壊防止の観点から大変重要なことである^[1]。

具体的には、非貫通孔を有する丸棒の一様引張りにおける応力集中現象を取り扱い、破損の一次因子となる孔縁の荷重方向最大引張応力についてまとめ、応力集中係数への孔の深さと大きさの影響を調べた。なお最大応力が生じる位置を知るために孔縁の深さ方向の応力分布についても検討した。さらに、非貫通孔を有する角棒と丸棒の応力集中について比較した。

2. 解析形状と条件

Fig.1に示すような中央に非貫通孔 (直径d, 深さh) を有する直径D, 長さLの丸棒が、その長手方向に一様引張り σ_0 を受ける問題を取り扱った。具体的な数値は $D=100\text{mm}$, $L=200\text{mm}$ とし、孔径dと孔の深さhを種々変化させて応力分布と応力集中係数への影響を検討した。数値計算上、材料の縦弾性係数 $E=206 \times 10^3 \text{ (N/mm}^2\text{)}$, ポアソン比は $\nu=0.3$ とした。なお弾性応力問題とし、孔縁の最小断面に生じる荷重方向の垂直応力 σ_z のみを取り扱った。また数値計算はその対称性から1/4の領域で行い (Fig.2), 市販のプリポストプロセッサMSC.PatranとソルバーMSC.Nastranの四面体要素, 10節点を用いて行った。なお、解析結果の整理には次式で示される応力集中係数を用いた。

$$\alpha = \frac{(\sigma_z)_{\max}}{\sigma_0} \quad \dots (1)$$

$$\alpha' = \frac{(\sigma_z)_{\max}}{\sigma'_0} \quad \dots (2)$$

なお σ'_0 は荷重に垂直な切欠き最小断面 A_0' [付録参照] における公称応力である。

$$\sigma'_0 = \frac{\pi}{4} \frac{D^2}{A_0'} \sigma_0 \quad \dots (3)$$

* 電子機械工学科

** 専攻科生産システム工学専攻

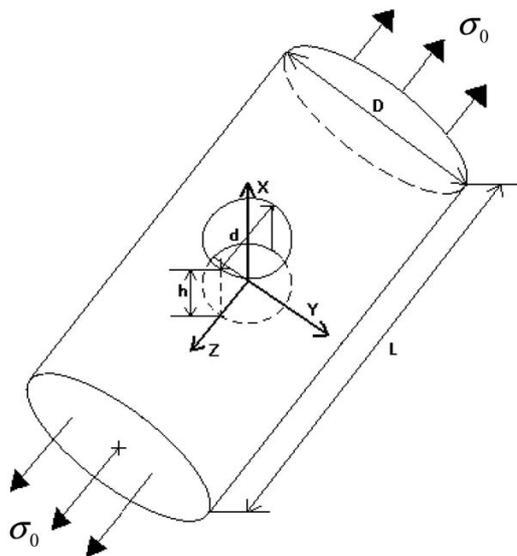


Fig.1 非貫通孔をもつ丸棒の引張り

Table 1 解の安定性(d/D=0.4,h/D=0.5)

(a)円周分割数と解の変化(深さ方向分割数 100)

孔縁	20	40	60	80
α	5.10	5.09	5.09	5.09

(b)深さ方向分割数と解の変化(円周分割数 40)

深さ	80	100	120	140
α	5.11	5.09	5.10	5.10

Table 2 本計算で用いた要素分割数

d/D	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
孔縁	10	20	30	40	50
h/D	0.1	0.3	0.5	1.0	
孔深さ	20	60	100	200	

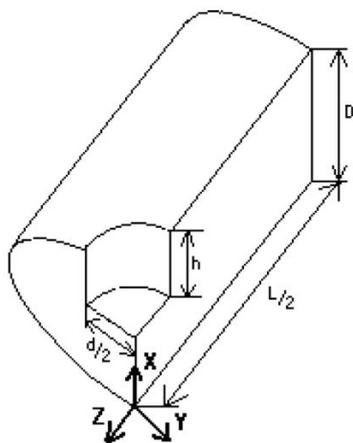


Fig.2 解析領域

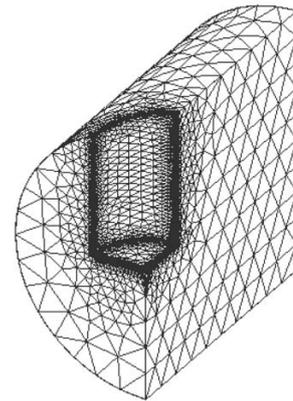


Fig.3 要素分割例(d/D=0.4, h/D=0.5)

3. 数値計算と結果の検討

3.1 要素分割と解析精度

まず、計算結果の安定性と要素分割数との関係について調べた。Table1にd/D=0.4,h/D=0.5の場合について1/4円周分割数の変化と応力集中係数 α との関係、および孔深さ方向分割数と α の関係について示す。これらの分割数による α の変化が小さいので、要素分割は孔縁のメッシュサイズが円の周りと孔深さ方向で同じ程度になるようにした。具体的には各場合における孔縁と孔深さの要素分割をTable2に示す分割数とした。Fig.3にd/D=0.4,h/D=0.5の場合の要素分割を示す。これらの分割数で解の精度を検証するために貫通孔の解析を行い、従来の結果[2]と比較してFig.4に示す。従来の結果との誤差は4%以下であった。

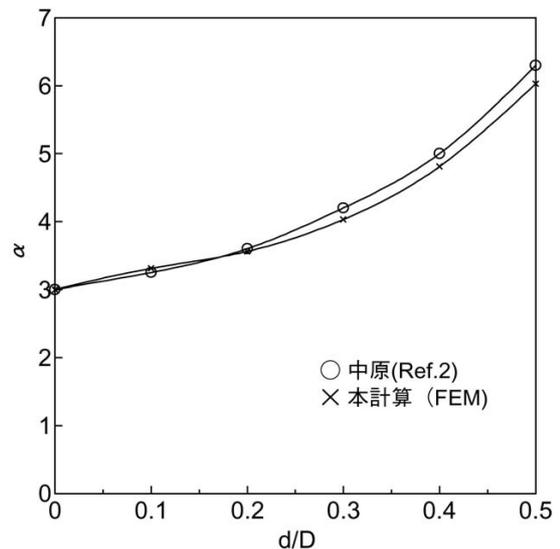


Fig.4 貫通孔における解の精度の比較

3. 2 孔深さ方向の応力変化

まず最小断面の孔縁に生じる荷重方向応力 σ_z の孔深さ方向の変化について検討した。Fig.5~Fig.8には横軸に孔表面からの位置を取り、孔径比 d/D をパラメータとして各非貫通孔の深さ h/D ごとに孔底までの応力分布を示す。Fig.9~13には孔深さ比をパラメータとし、各孔径比ごとの応力分布を示す。なお、Fig.8は貫通孔 ($h/D=1.0$) の結果である。図からわかるように孔表面よりやや孔奥側で最大応力が生じていることがわかる。また非貫通孔

で h/D が小さい浅い孔は d/D が大きいほど孔深さ方向の応力変化が大きい、孔が深く、また孔径が小さいほど応力変化が小さくなる。このことは孔表面近傍の最大応力が孔の大きさと深さによって異なるのに対して、孔底での応力がほぼ同じ値に近づくということからも理解できる。特に、貫通孔の場合は孔底がないため孔表面近傍の最大値による違いのみで深さ方向の応力変化は小さい。

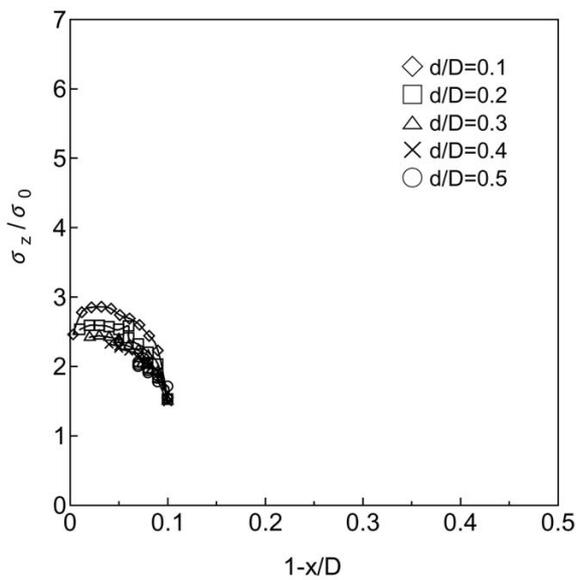


Fig.5 孔縁の深さ方向の応力 σ_z の変化 (非貫通孔 $h/D=0.1$)

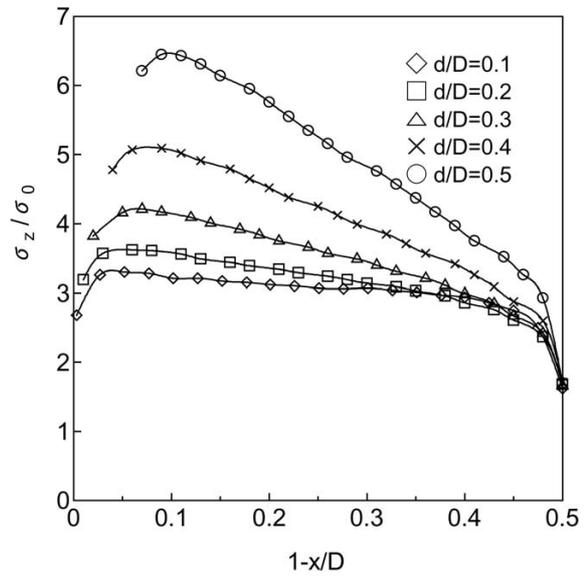


Fig.7 孔縁の深さ方向の応力 σ_z の変化 (非貫通孔 $h/D=0.5$)

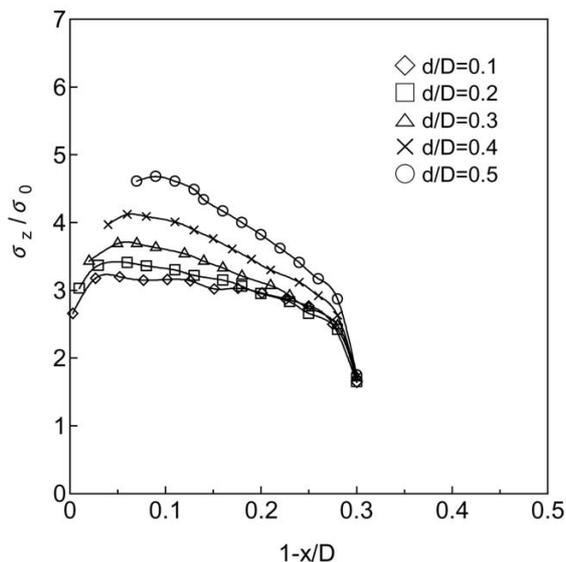


Fig.6 孔縁の深さ方向の応力 σ_z の変化 (非貫通孔 $h/D=0.3$)

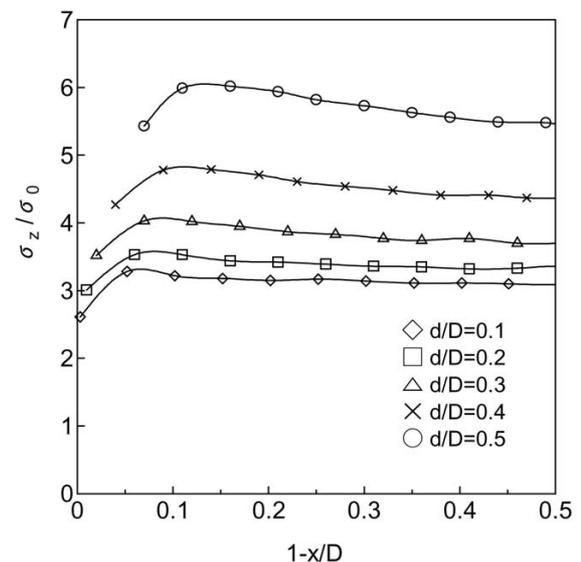


Fig.8 孔縁の深さ方向の応力 σ_z の変化 (貫通孔 $h/D=1.0$)

また孔径を基準にとったFig.9~13からわかるように、孔底近傍で急激に応力が一様負荷応力に近づくが、その近くを除けば小さな孔径の応力分布は孔深さに無関係となる。なお、特に浅い孔では孔径が大きくなると力を

受けもつ切欠き最小断面が小さくなり応力変化が小さく、最大応力も切欠き底の応力に近づいて負荷応力に近くなってきている。

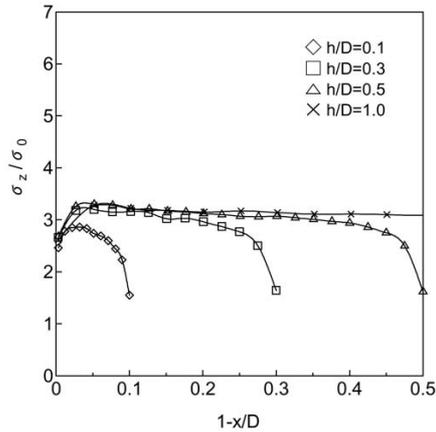


Fig.9 孔縁の深さ方向の応力 σ_z の変化 ($d/D=0.1$)

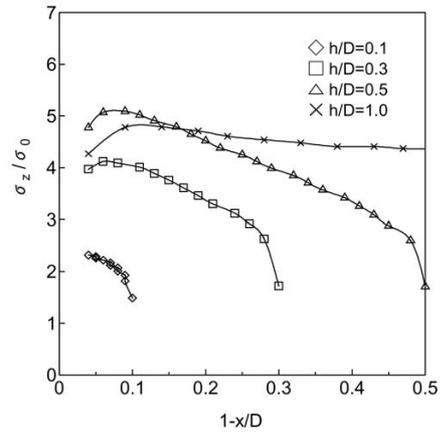


Fig.12 孔縁の深さ方向の応力 σ_z の変化 ($d/D=0.4$)

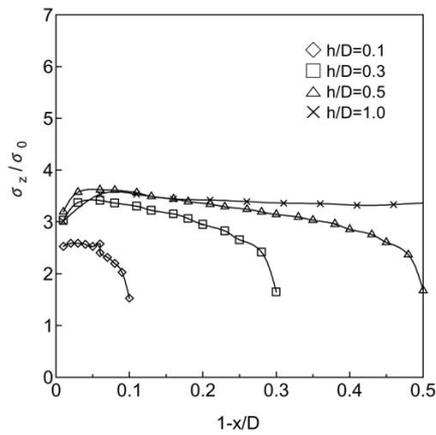


Fig.10 孔縁の深さ方向の応力 σ_z の変化 ($d/D=0.2$)

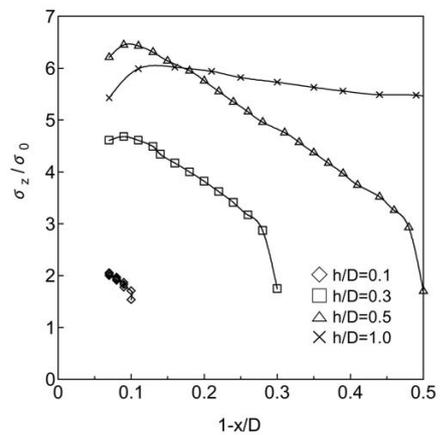


Fig.13 孔縁の深さ方向の応力 σ_z の変化 ($d/D=0.5$)

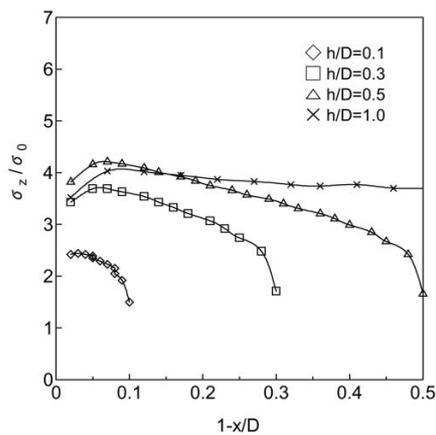
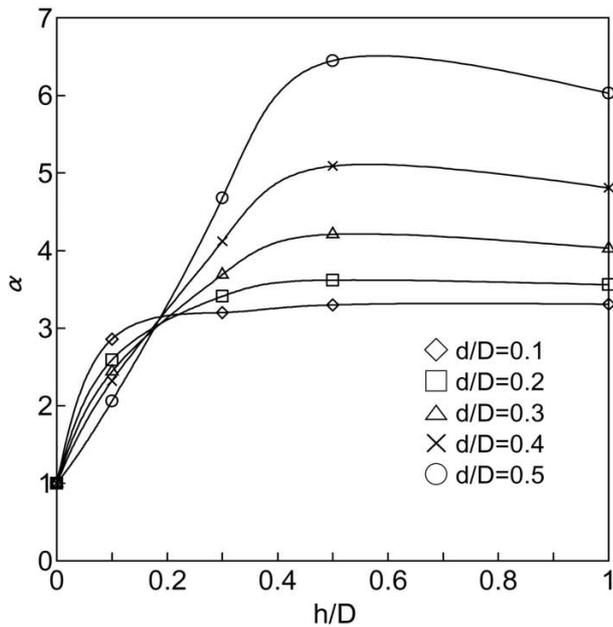


Fig.11 孔縁の深さ方向の応力 σ_z の変化 ($d/D=0.3$)

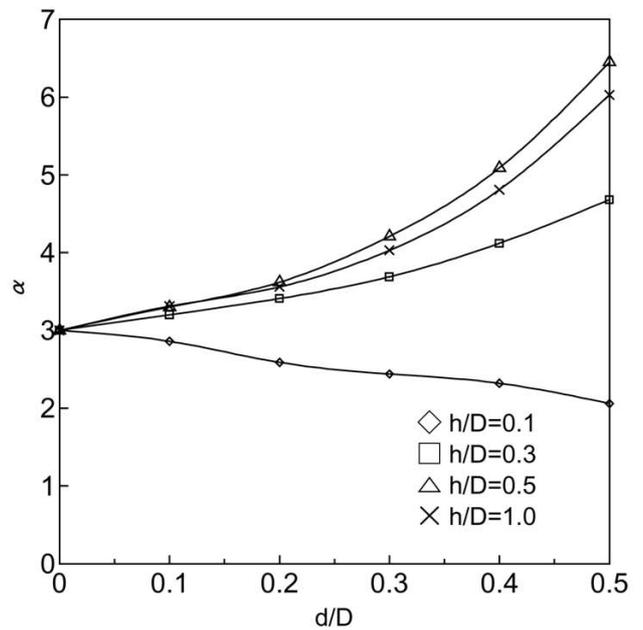
3.3 応力集中係数

Fig.14, 15に孔縁の最小断面における荷重方向応力 σ_z の最大値を式 (1) と (2) で示す無次元表示 (応力集中係数 α と α') で示す。Fig.14は横軸に孔の深さと直径の比 h/D を取り, 孔径比 d/D をパラメータとして示す。またFig.15は横軸に d/D を取り, h/D をパラメータとして示した。

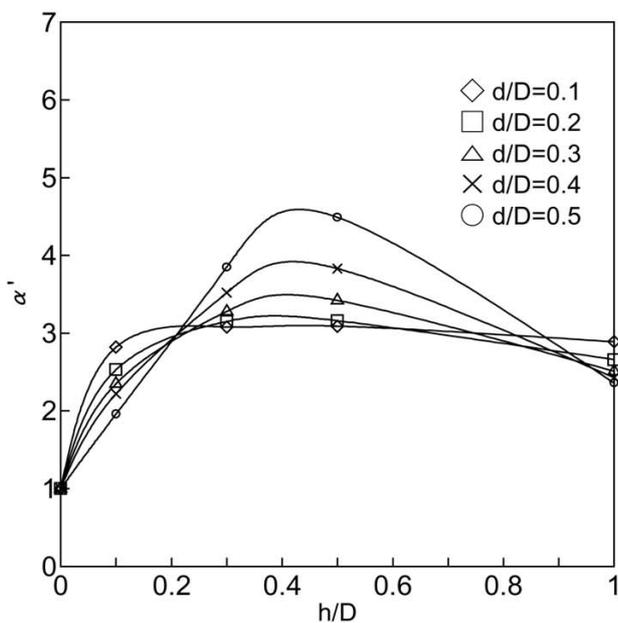
Fig.14より h/D が小さい場合は応力集中係数の変化が大きいが h/D がある程度大きくなるとその影響が小さくなるようであり, 特に孔径が小さいとそれは顕著である。そして, 応力集中係数 α, α' とも孔深さ比 $h/D=0.2$ あたりで孔径比の影響が逆転するようである。Fig.15に示す α' は $d/D \leq 0.5$ で h/D に無関係に $d/D=0$ の場合 ($\alpha' = 3$) の $\pm 50\%$ 以内である。



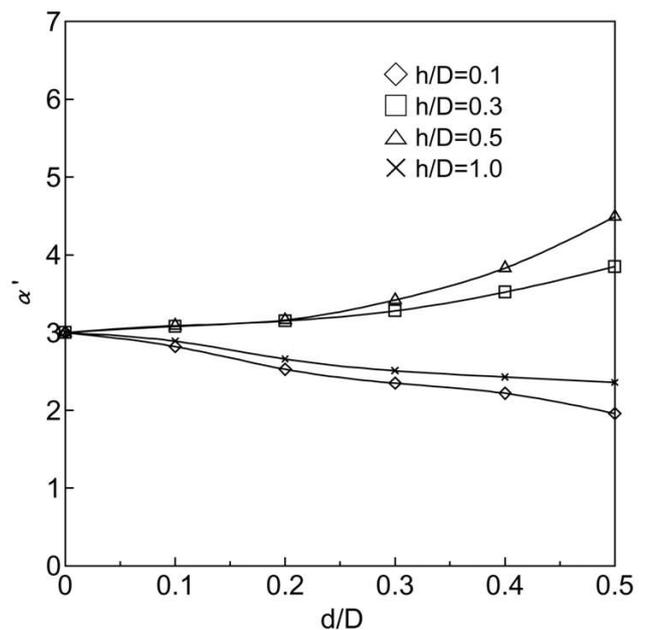
(a) α と孔深さ h の関係



(a) α と孔径 d の関係



(b) α' と孔深さ h の関係



(b) α' と孔径 d の関係

Fig.14 応力集中係数 α と α'

Fig.15 応力集中係数 α と α'

3. 4 丸棒と角棒の比較

Fig16に正方形断面棒の一樣引張りの応力集中係数 α ^[3]と丸棒の結果を比較して示す。1辺D=100mm, 長さL=200mmの正方形断面棒で横軸に孔径比d/Dを取り, パラメータに孔深さ比h/Dをパラメータに用いて示した。図に比較した孔の深さにおいては角棒よりも丸棒の応力集中係数 α が最大で約55%大きくなることわかる。これは切欠きが孔表面から入ったとき, 丸棒の荷重を受けもつ最小断面が正方形断面棒より小さくなるためと思われる。

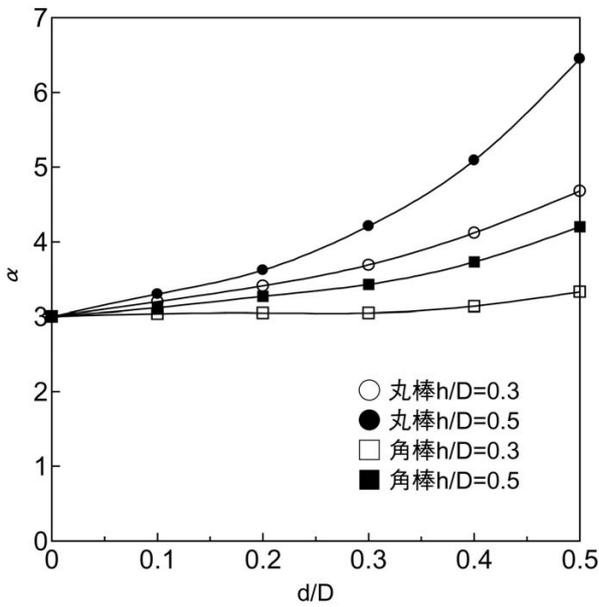


Fig.16 丸棒と角棒の応力集中係数 α

4. 結 言

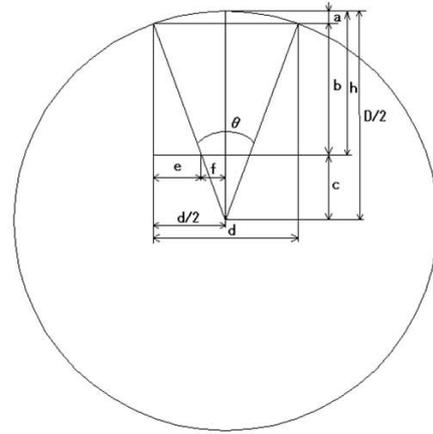
非貫通孔をもつ丸棒の引張り問題を市販のFEMソフト(MSC Patran, MSC Nastran)により解析し, 孔径と孔深さを種々変化させて孔縁の深さ方向の応力について検討した。

まず, 孔の径が大きいほど深さ方向の応力変化が大きかった。逆に孔径が小さく, 孔が深いほど応力変化が小さくなる。特に貫通孔では孔径によって孔表面近傍の最大応力が決まるが, 深さ方向の応力変化は小さいことがわかった。

また, 応力集中係数は孔の深さ比がある程度大きくなると深さによる変化が小さくなり, 孔径が小さいときは孔深さに関係なく3に近い値が得られた。角棒との比較では丸棒の応力集中係数 α が55%程度大きくなることわかった。

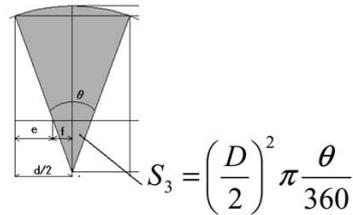
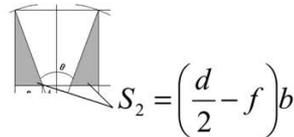
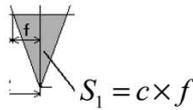
付 録

・切欠き最小断面積 A_0'



$$\theta = 2 \sin^{-1} \frac{d}{D} \quad b+c = \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2}$$

$$c = \frac{D}{2} - h \quad f = \frac{\frac{d}{2} \times c}{b+c}$$



$$A_0' = \left(\frac{D}{2}\right)^2 \pi + S_1 - S_2 - S_3$$

参考文献

- [1] 西谷：日本機械学会論文集(A編), 48巻, 447号 PP.1353~1359, (昭58-11).
- [2] 中原：材料力学上巻(養賢堂), (昭43-10).
- [3] 鶴・大塚：弓削商船高等専門学校紀要 28号, PP.11~16, (2006. 2) .