適応むだ時間補償器を有する多重ループ型 Ｉ－ＰＤ制御系の一設計

徳田　誠*・中原　光一**・矢野　沙季**

Design of Multiloop I-PD Control Systems with Adaptive Time-Delay Compensators

Makoto Tokuda*, Koichi Nakahara** and Saki Yano**

Abstract

In process industries, PID control schemes have been widely used due to their simple structures and easiness of grasping the physical meanings of control parameters. However, since most processes are considered as multivariable systems with mutual intaractions and uncertain time-delays, the good control performance can not be obtained by simply using PID control schemes. In this paper, self-tuning I-PD control systems with a static decoupler and time-delay compensators are proposed for the multivariable systems which are difficult to grasp the system parameters and the time-delays in advance. Finally, the effectiveness of the proposed control scheme is evaluated on a numerical simulation.

1．緒　　言

プロセス系においてPID制御法[1)2)]は，その単純な構造や制御パラメータの物理的意味の把握が容易であることなどから，今なお幅広く利用されている。その一方，プロセス系のほとんどは，むだ時間特性，時変特性，相互干渉特性などを有する多変数系であると考えられる。そのため，単純なPID制御法を用いるだけでは，良好な制御性能を得ることが難しい場合がある。そのとき，現場においては，主として何らかの改良を施したPID制御系が用いられる。

これまでに，極配置法に基づいたむだ時間補償器を有するセルフチューニングPID制御系の設計法が提案されている[3)]。この手法により，曖昧で大きなむだ時間を有する系に対して，優れた即応性を備えた制御系が設計できる。また，むだ時間補償器を極配置法が使えるように改良してあるため，安定性の保証も可能である。さらに，プロセス実験装置への適用を通してその有効性が示されている。しかしながら，この手法では，目標値変動に伴うキッキングがアクチュエータに大きな負担を強いる場合がある。また，相互干渉特性により良好な制御性能を得ることが困難な場合も考えられる。

そこで本稿では，I-PD制御系に対して離散むだ時間補償器を挿入し，キッキングの改善と即応性を兼備した制御系の設計法を提案する[4)5)]。ここで，I-PD制御器は，PID制御器と異なり，２入力１出力で動作することから，単純にむだ時間補償器を取り付けることはできない。また，静的非干渉化補償器[6)]により，相互干渉特性を有する系に対しても近似的に非干渉を行っている。最後に，有効性を検証するために，数値シミュレーションを行う。

2．制御対象の記述

本稿では，制御対象が次式の離散時間多入力多出力モデルで記述されるものとする。

$$\mathbf{A}(z^{-1})\mathbf{y}(t) = D\mathbf{B}(z^{-1})\mathbf{u}(t-1) + \boldsymbol{\xi}(t) \tag{1}$$

ここで，$\mathbf{y}(t)$と $\mathbf{u}(t)$は，それぞれシステム出力ベクトルと制御入力ベクトルであり，次式で表される。

$$\mathbf{y}(t) = \left[y_1(t), y_2(t), \cdots, y_n(t)\right]^T \tag{2}$$

$$\mathbf{u}(t) = \left[u_1(t), u_2(t), \cdots, u_n(t)\right]^T \tag{3}$$

さらに，$\boldsymbol{\xi}(t)$ は白色性ガウス雑音の外乱ベクトルとし，次式に示す。

$$\boldsymbol{\xi}(t) = \left[\xi_1(t), \xi_2(t), \cdots, \xi_n(t)\right]^T \tag{4}$$

また，$\mathbf{A}(z^{-1})$は，対角要素だけで構成される多項式行列であり，次式で与えられる。

$$\mathbf{A}(z^{-1}) = diag[A_1(z^{-1}), A_2(z^{-1}), \cdots, A_n(z^{-1})] \tag{5}$$

一般的に，プロセス系のほとんどが，２次系以下で近似されることから，本稿においても，次式の２次遅れ系で設計する。

$$A_i(z^{-1}) = 1 + a_{i,1}z^{-1} + a_{i,2}z^{-2} \tag{6}$$

＊情報工学科
＊＊専攻科生産システム工学専攻

平成18年９月30日受理

ここで，$i=1,2,\cdots,n$である。また，$\mathbf{B}(z^{-1})$は，次式の多項式行列であり，非対角要素により，相互干渉特性を表現している。

$$\mathbf{B}(z^{-1})=\begin{bmatrix} B_{11}(z^{-1}) & B_{12}(z^{-1}) & \cdots & B_{1n}(z^{-1}) \\ B_{21}(z^{-1}) & B_{22}(z^{-1}) & \cdots & B_{2n}(z^{-1}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{n1}(z^{-1}) & B_{n2}(z^{-1}) & \cdots & B_{nn}(z^{-1}) \end{bmatrix} \tag{7}$$

$$B_{ij}(z^{-1})=b_{ij,0}+b_{ij,1}z^{-1}+\cdots+b_{ij,m}z^{-m} \tag{8}$$

ただし，$\mathbf{B}(z^{-1})$の定常ゲイン行列$\mathbf{B}(1)$は正則とし，次数$\boldsymbol{m}$は既知である。さらに，Dは，次式のむだ時間行列を示している。

$$D=diag[z^{-d_1},z^{-d_2},\cdots,z^{-d_n}] \tag{9}$$

ここで，d_iはむだ時間の最小推定値であり，全く予測できない場合は0とおく。

ところで，本稿では，セルフチューニング法による適応制御系を設計するため，多項式行列$\mathbf{A}(z^{-1})$および$\mathbf{B}(z^{-1})$は，最小二乗法により逐次推定される[7)]。

2．1　拡大系の設計

多変数系を設計する際，どのように相互干渉の影響を除去または軽減するかが，非常に重要となる。そこで，本稿では，制御対象と静的ゲイン行列からなる前置補償器により拡大系を構成し，近似的に非干渉化を行う。このとき，前置補償器は次式として与える[6)]。

$$H=B^{-1}(1)A(1)=\begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \cdots & h_{1n} \\ h_{21} & h_{22} & \cdots & h_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{n1} & h_{n2} & \cdots & h_{nn} \end{bmatrix} \tag{10}$$

前置補償器Hは，制御対象の定常ゲインの逆行列として設計される。さらに，前置補償器の入出力関係は，次式で与えられる。

$$\mathbf{u}(t)=H\mathbf{v}(t) \tag{11}$$

ここで，$\mathbf{v}(t)$は，拡大系に対する入力信号ベクトルを示しており，次式で与えられる。

$$\mathbf{v}(t)=\left[v_1(t),v_2(t),\cdots,v_n(t)\right]^T \tag{12}$$

このとき，(1) 式，(11) 式および (12) 式で構成される拡大系は，以下のように記述される。

$$\mathbf{A}(z^{-1})\mathbf{y}(t)=D\mathbf{B}(z^{-1})H\mathbf{v}(t-1)+\boldsymbol{\xi}(t) \tag{13}$$

ここで，(13) 式を近似的に非干渉化された系と見なすことにより，i番目の成分は，次式のように書き直せる。

$$A_i(z^{-1})y_i(t)=z^{-d_i}\overline{B}_i(z^{-1})v_i(t-1)+\xi_i(t) \tag{14}$$

ただし，

$$\overline{B}_i(z^{-1})=\sum_{j=1}^{n}B_{ij}(z^{-1})h_{ji} \tag{15}$$

2．2　むだ時間補償器を有する多重ループ型I-PD制御系の設計

次に，(14) 式で与えられる拡大系に対して多重ループ型I-PD制御系が設計される。そのとき，拡大系に対するi番目の入力信号$v_i(t)$は，次式のI-PD制御則によって生成される。

$$\Delta v_i(t)=C_i(1)r_i(t)-C_i(z^{-1})y_i(t) \tag{16}$$

ただし，Δは差分演算子であり，$\Delta=1-z^{-1}$と与えられる。$r_i(t)$は，ステップ関数で与えられるi番目の目標値信号を示している。また，$C_i(z^{-1})$は，以下のように記述される。

$$C_i(z^{-1})=K_{Pi}\Delta+K_{Ii}+\Delta^2K_{Di} \tag{17}$$

ここで，K_{pi}，K_{Ii}およびK_{Di}は，それぞれ比例ゲイン，積分ゲインおよび微分ゲインを示している。本稿では，制御系の安定性を保証するために，極配置法に基づいてPIDパラメータを与える。

まず，むだ時間を相殺するために，制御系にむだ時間補償器を挿入することを考える。スミス型むだ時間補償器[8)]を離散時間系に置き換えると，次式として与えられる。

$$D(z^{-1})=\frac{z^{-1}B(z^{-1})}{A(z^{-1})}\left(1-z^{-d}\right) \tag{18}$$

次に，(18) 式のむだ時間補償器を制御系に挿入すると，次式の閉ループ伝達関数が得られる。

$$G_i(z^{-1})=\frac{z^{-(d_i+1)}\overline{B}_i(z^{-1})C_i(1)}{\Delta A_i(z^{-1})+z^{-1}B_i(z^{-1})C_i(z^{-1})} \tag{19}$$

前述のように，本稿では，PIDパラメータを極配置法に基づいて決定するが，(19) 式の特性多項式が高次であることから，PIDパラメータを一意に定めることができない。そこで，図1の制御系に次式のような局所フィードバック型のむだ時間補償器（TDC）を挿入する。

$$T_i(z^{-1})=\frac{z^{-1}}{A_i(z^{-1})}\{\overline{B}_i(1)-z^{-d_i}\overline{B}_i(z^{-1})\} \tag{20}$$

これにより，制御系の閉ループ伝達関数は，次式のようになる。

$$G_i'(z^{-1})=\frac{z^{-(d_i+1)}\overline{B}_i(z^{-1})C_i(1)}{\Delta A_i(z^{-1})+z^{-1}B_i(1)C_i(z^{-1})} \tag{21}$$

(21) 式の分母多項式には，むだ時間が含まれないことから，即応性の劣化が改善されているだけでなく，$B(z^{-1})$を定常ゲイン$B(1)$に置き換えたことにより，特性多項式の最高次数が低下したため，極配置法が使えるようになっている。次に，適切な極からなる多項式を，次式のように与える[9)]。

$$\begin{aligned} P_i(z^{-1}) &= \Delta A_i(z^{-1})+z^{-1}\overline{B}_i(1)C_i(z^{-1}) \\ &= 1+p_{i,1}z^{-1}+p_{i,2}z^{-2} \end{aligned} \tag{22}$$

これにより，PIDパラメータは，次式のように一意に決定される。

$$\left.\begin{aligned} K_{Pi} &= -\frac{p_{i,2}+a_{i,1}+a_{i,2}}{\overline{B}_i(1)} \\ K_{Ii} &= \frac{p_i(1)}{\overline{B}_i(1)} \\ K_{Di} &= \frac{a_{i,2}}{\overline{B}_i(1)} \end{aligned}\right\} \tag{23}$$

以上の手順により，極配置法に基づいたむだ時間補償器を有する多重ループ型I-PD制御系が設計できる。

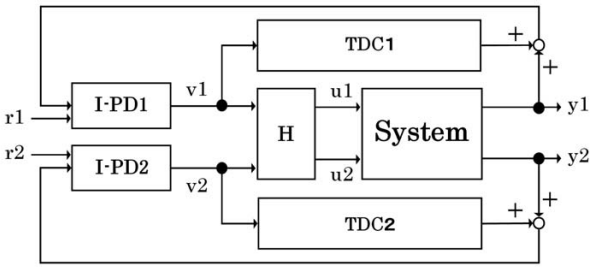

図１　提案手法のブロック線図
（２入力２出力系の場合）

２．３　セルフチューニング制御系への拡張

これまでは，(1) 式に含まれるそれぞれのシステムパラメータを，既知として扱ってきた。しかし，本節では，次式の逐次型最小二乗法[7]に基づいて，システムパラメータを逐次推定することにより，セルフチューニング制御系へ拡張する。

$$\theta_i(t) = \theta_i(t-1) + \frac{\Gamma_i(t-1)\psi_i(t-1)}{1+\psi_i^T(t-1)\Gamma_i(t-1)\psi_i(t-1)}\varepsilon_i(t) \tag{24}$$

$$\Gamma_i(t) = \frac{1}{\lambda}\left\{\Gamma_i(t-1) - \frac{\Gamma_i(t-1)\psi_i(t-1)\psi_i^T(t-1)\Gamma_i(t-1)}{\lambda+\psi_i^T(t-1)\Gamma_i(t-1)\psi_i(t-1)}\right\} \tag{25}$$

$$\varepsilon_i(t) = y_{fi}(t) - \theta_i^T(t-1)\psi_i(t-1) \tag{26}$$

ここで，$\theta_i(t)$および$\psi_i(t)$は，次式の未知パラメータベクトルとデータベクトルであり，次式で与えられる。

$$\theta_i(t-1) = [a_{i,1}, a_{i,2}, b_{11,0}, \cdots, b_{11,m}, \cdots, b_{nn,0}, \cdots, b_{nn,m}]^T \tag{27}$$

$$\begin{aligned}\psi_i(t-1) = [&-y_{fi}(t-1), -y_{fi}(t-2), u_{f1}(t-d-1),\\ &\cdots, u_{f1}(t-d_i-m-1), \cdots, u_{fn}(t-d_i-1),\\ &\cdots, u_{fn}(t-d_i-m-1)]^T\end{aligned} \tag{28}$$

また，$\varepsilon_i(t)$は事前誤差を示している。さらに，λは，$0<\lambda\leq 1$ で与えられる忘却係数であり，誤差共分散行列$\Gamma_i(t)$の初期値は次のように設計される。

$$\Gamma_i(0) = \alpha \cdot I \tag{29}$$

ただし，$0<\alpha<\infty$である。次に，$y_{fi}(t)$および$u_{fi}(t)$は，パラメータ推定の精度を改善するために用いられる低域通過フィルタからの出力信号であり，次式で与えられる。

$$y_{fi}(t) = \frac{1-f}{1-fz^{-1}}y_i(t) \tag{30}$$

$$u_{fi}(t) = \frac{1-f}{1-fz^{-1}}u_i(t) \tag{31}$$

このとき，設計パラメータfは，$0\leq f<1$ である。

３．制御結果

ここでは，上述の提案手法を，次式で与えられる制御対象に適用することにより，その有効性を検証する。

$$\begin{bmatrix} 1-0.8z^{-1}+0.1z^{-2} & 0 \\ 0 & 1-1.0z^{-1}+0.2z^{-2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} z^{-9} & 0 \\ 0 & z^{-9} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0.6+0.3z^{-1} & 0.4+0.3z^{-1} \\ 0.3+0.2z^{-1} & 0.5+0.3z^{-1} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_1(t-1) \\ u_2(t-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \xi_1(t) \\ \xi_2(t) \end{bmatrix} \tag{32}$$

ただし，外乱$\xi_1(t)$と$\xi_2(t)$は，平均０，分散0.01^2の一様乱数である。比較手法として，拡大系に対して文献３）の手法を適用した制御系を用いる。そのときの制御結果を，図２と図３に示す。ここで，$B_{ij}(z^{-1})$の次数mおよびむだ時間の最小推定値d_iは，次のように決定した。

$$m=2, \quad D=diag[z^{-8}, z^{-8}] \tag{33}$$

また，設計多項式$P_i(z^{-1})$は，次式として与えた[9]。

$$\left.\begin{aligned} P_1(z^{-1}) &= 1-1.0254z^{-1}+0.2746z^{-2} \\ P_2(z^{-1}) &= 1-1.3236z^{-1}+0.4455z^{-2} \end{aligned}\right\} \tag{34}$$

さらに，セルフチューニング法における設計パラメータは，以下のように設定した。

$$\lambda=0.998, \quad \alpha=10000 \tag{35}$$

ここで，推定精度を向上させるために，０から30［step］間において制御入力$u_i(t)$に乱数を与えている。まず，両手法において，前置補償器による近似的な非干渉化，ならびにむだ時間補償器による即応性の改善が良好に図られていることが分かる。また，セルフチューニング法により，事前にシステムパラメータが予測できない系に対しても，制御対象の逐次推定が行なわれている。最後に，比較手法においては，目標値が変動する毎にキッキングが生じているのに対して，提案手法ではほとんど見られない。以上により，提案手法の有効性が検証できた。

４．結　　言

本稿では，システムパラメータやむだ時間を事前に把握することが困難な多変数むだ時間系に対する制御系の設計法を提案した。まず，制御対象と近似的な非干渉化を行なう静的ゲイン行列により拡大系を構成した。次に，拡大系に対して設計された多重ループ型I-PD制御系に，極配置法に基づいた離散むだ時間補償器を挿入した。これにより，制御系の即応性の改善，安定性の保証，なら

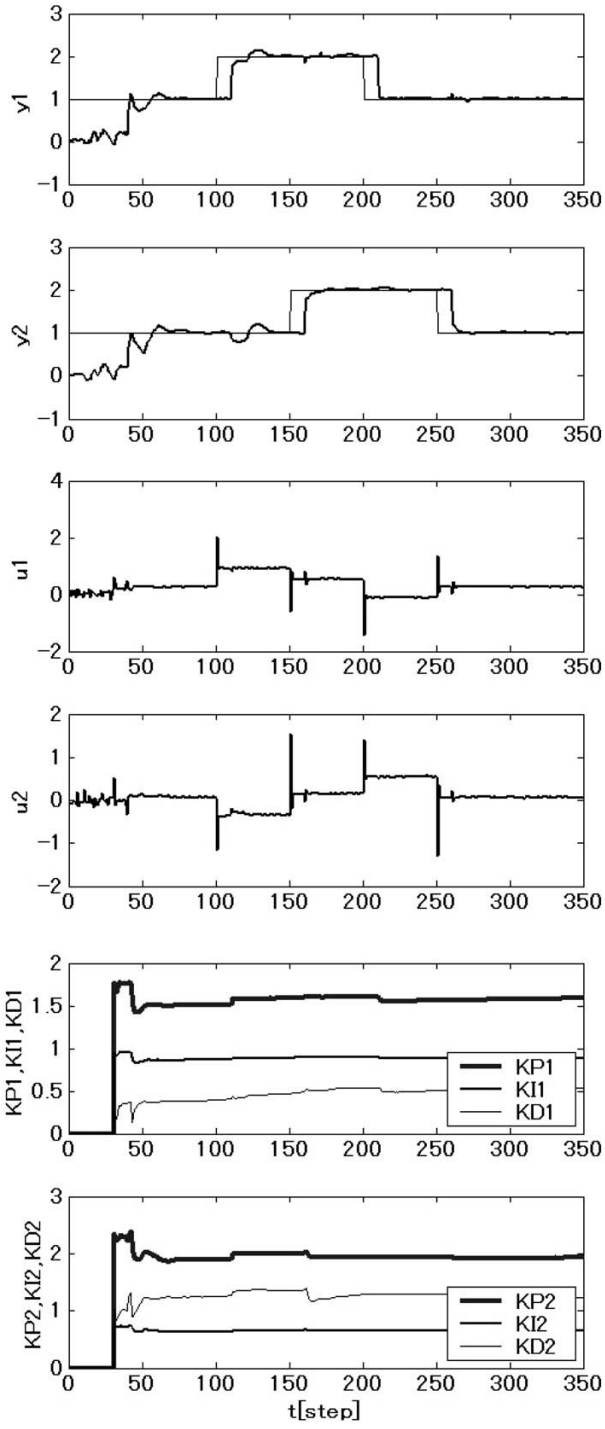

図 2　比較手法の制御結果

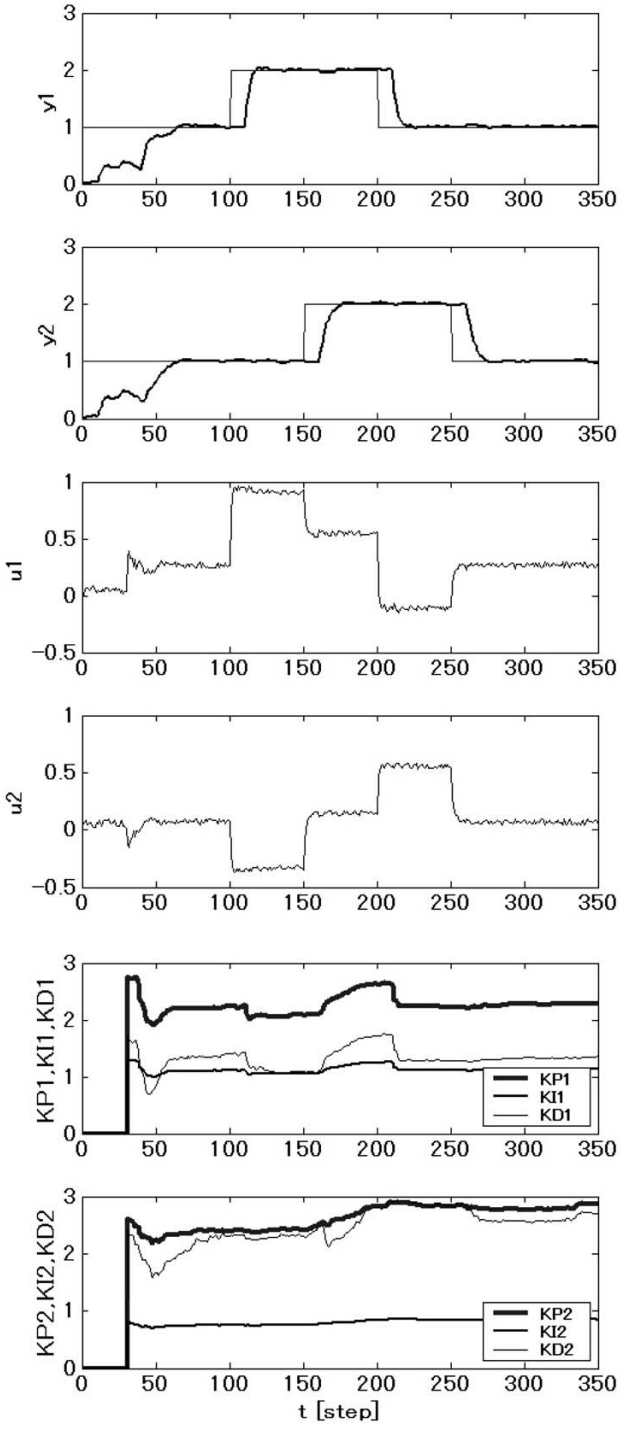

図 3　提案手法の制御結果

びにキッキングの減少を図った。さらに，制御系の操業中にシステム変動が生じるような時変特性の対策として，逐次的にシステム同定を行うセルフチューニング制御系への拡張を行なった。最後に，提案手法の有効性を検証するために，比較的大きいむだ時間を有する多変数時変系に対する数値シミュレーションを行い，良好な制御性能が得られることを確認した。

今後の検討課題として，より実用的な制御系設計を行なうために，プロセス制御実験装置への適用を検討している。

参考文献

1）山本，加藤，“PID制御の基礎と応用”，朝倉書店，1997年
2）広井，宮田，“シミュレーションで学ぶ自動制御技術入門”，CQ出版社，2004年
3）山本，沖，兼田，“離散時間未知むだ時間系に対す

るアドバンストPID制御系の設計と応用”，電気学会論文誌，Vol.116-C，No.4，pp.486-491，平成８年
4）中原，徳田，塚本，“離散むだ時間補償器を有するI-PD制御系の一設計”，平成17年度電気関係学会四国支部連合大会論文集，p.99，2005年
5）矢野，中原，徳田，“適応むだ時間補償器を有する多重ループ型I-PD制御系の一設計”，平成18年度電気・情報関連学会中国支部連合大会論文集，pp.89-90，2006年
6）H. H. Rosenbrock，“ State-Space and Multivariable Theory”，Wiley-Interscience, 1970
7）大松，山本編著，“セルフチューニングコントロール”，コロナ社，1996年
8）O. J. M. Smith，“A Controller to Overcome Dead Time”, ISAJ., Vol.6, pp.28-33, 1959
9）山本，兼田，“一般化最小分散制御則に基づくセルフチューニングＰＩＤ制御器の一設計”，システム制御情報学会論文誌，Vol. 11, No. 1, pp.1-9，1998年