

# 貫通孔をもつ厚板の曲げ

鶴 秀登\*・秦 昂平\*\*・濱中 敬司\*\*・金本 健児\*\*\*

## Stress Analysis of a Thick Plate With a Penetrated Hole Under Bending

Hideto Tsuru\*, Kohei Hata\*\*, Keiji Hamanaka\*\*, Kenji Kanemoto\*\*\*

### Abstract

The Finite Element Method (FEM) is applied to calculate stress concentration factors of a thick plate having a circular hole under bending. Numerical calculations are done for various combinations of the size of circular hole and the thickness of plate by using the commercial FEM software MSC.Nastran and MSC.Patran. According to the results, maximum stress at the edge of hole does not always occur at the edge of penetrated hole on the surface of the tensile side. The stress concentration factors are illustrated in charts for wide use.

### 1. 緒言

構造物の変形や破壊の現象を知る上で材料の特性とともにその構造物の応力状態を知る必要がある<sup>(1)(2)</sup>。しかし、構造物の形状、荷重状態などの条件が複雑になるにつれ、厳密解を理論的に得るための偏微分方程式の解法は著しく困難になってくる。そこで、複雑な偏微分方程式の近似解を数値的に得るため、数値解法が用いられている。数値解法のひとつである有限要素法（Finite Element Method：FEM）は、計算によって厳密解を得ることが困難な問題や、実際に実験を行うには時間またはコストが掛かりすぎてしまう問題などに適用されている。工学においては構造解析や流体解析、強度評価などの幅広い分野で用いられており、近年、コンピュータの処理速度の向上によりさまざまな問題に高精度の解析を行なうことが可能となった。

本研究では、Fig.1に示す貫通孔をもつ厚板の曲げにおける応力集中問題について、市販のFEMソフト（プリポストプロセッサMSC.Patran、ソルバーMSC.Nastran）を用いて数値解析を行ない、有益なデータを提供する。また、FEMソフトを用いた精度良い解析結果を得るための数値解析利用技術の習得と、切欠きによる応力集中現象の理解をも目的とした。

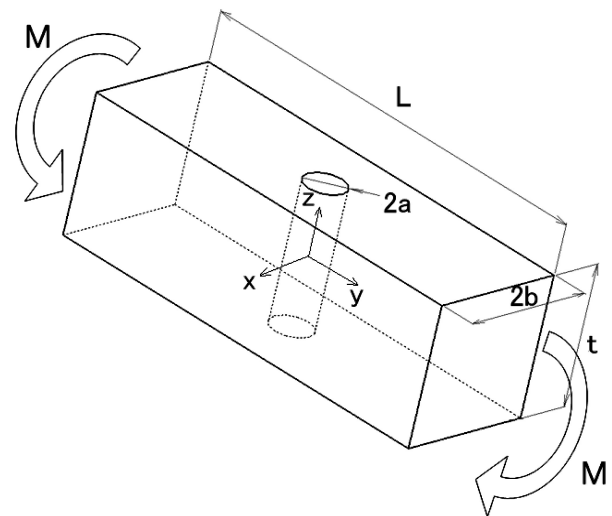


Fig.1 解析形状

### 2. 解析手順

#### 2.1 曲げによる応力場

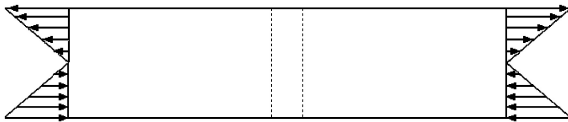
有限体に曲げモーメントを与える方法について検討した。一般に曲げモーメントを与えた場合の応力 $\sigma_y$ は次式の一次分布になることが知られている。なお、ここでの $\sigma_0$ は一次分布における引張応力の最大値を示す。

\* 電子機械工学科  
\*\* 専攻科生産システム工学専攻1年  
\*\*\* 専攻科生産システム工学専攻2年

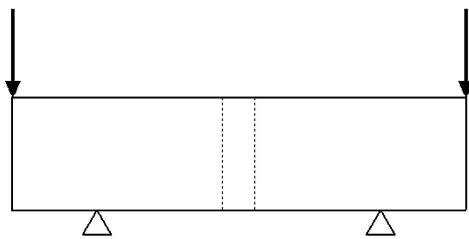
$$\sigma_y = \frac{M}{I} z, \quad I = \frac{(2b)t^3}{12} \quad \dots (1)$$

$$\sigma_o = \frac{M}{Z}, \quad Z = \frac{(2b)t^2}{6}$$

本研究では曲げ応力場の貫通孔による応力集中問題を取り扱うため、Fig.2 (a) (b) に示す二通りの方法で孔の無い有限体に曲げモーメントを与えた。(a)は形状端面に一次分布の節点力を与えた場合で、(b)は4点曲げの場合である。また、貫通孔相当位置の $\sigma_y$ の応力分布を最大値 $\sigma_o$ で無次元化した結果を式(1)から得られる理論解の一次分布と比較し、Fig.3に示す。



(a)線形分布の節点力



(b)4点曲げ

Fig.2 曲げモーメントの与え方

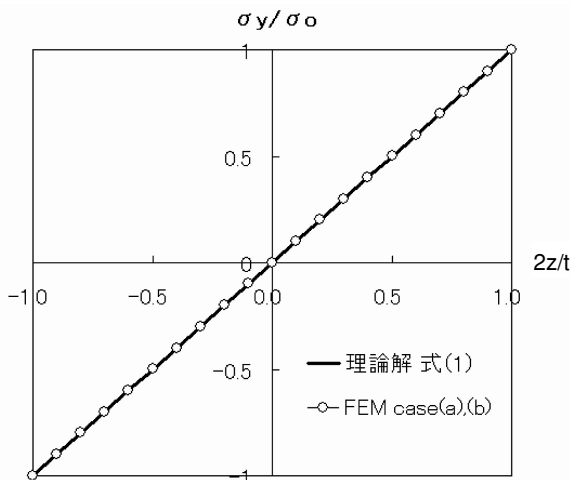


Fig.3 曲げによる応力分布

なお、(a)、(b)の両者とも板厚分割数20で解析を行ない同じ値が得られたためFig.3では区別していない。どちらの方法においてもその応力分布は理想的な一次分布と重なっていることがわかる。

### 2.2 数値解析

本研究では、Fig.1に示す貫通孔(直径2a)を有する長さL、幅2b、厚さtの有限体にFig.2 (a)の方法で曲げモーメントを与えて数値解析を行なう。そして孔径比 a/bと板厚断面形状比 t/2bが応力分布と応力集中係数に及ぼす影響について弾性応力問題として検討した。実際の解析に用いた貫通孔をもつ有限体の寸法は、荷重点の影響が応力集中部に出ないことを考慮した上でL=60mm、2b=20mm。孔径比と断面形状比はそれぞれa/b=0.1, 0.3, 0.5, 0.7, t/2b=1.0, 0.5, 0.25とした。また、材料定数には縦弾性係数E=206GPa、ポアソン比ν=0.3を用いた。なお、FEMソフトによる解析は解析形状の対称性からFig.4に示す全体の1/4の領域で行った。

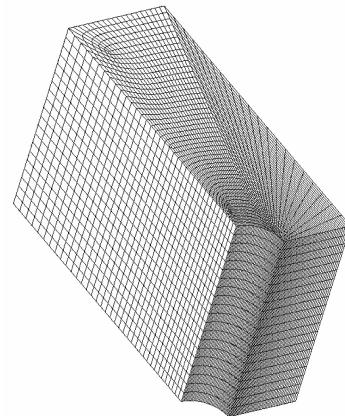
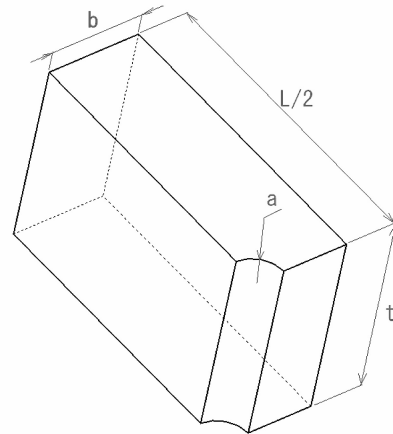
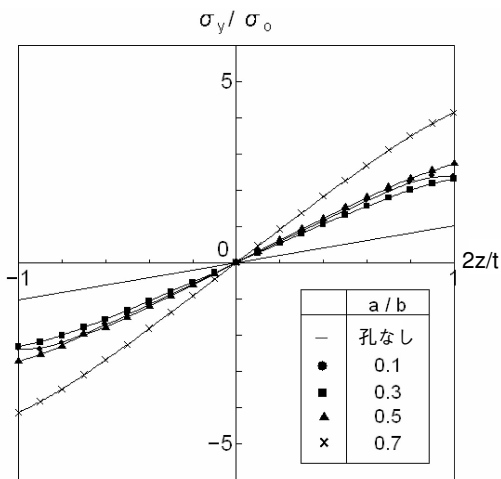
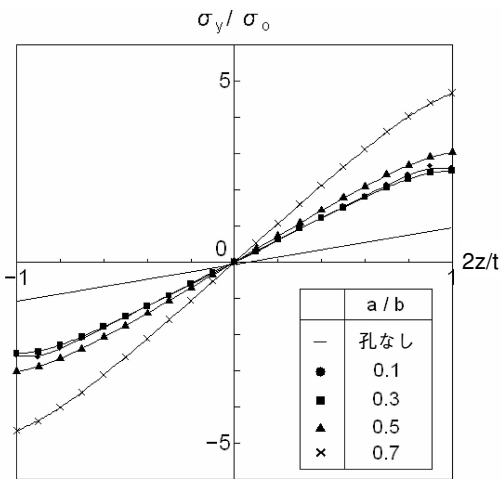


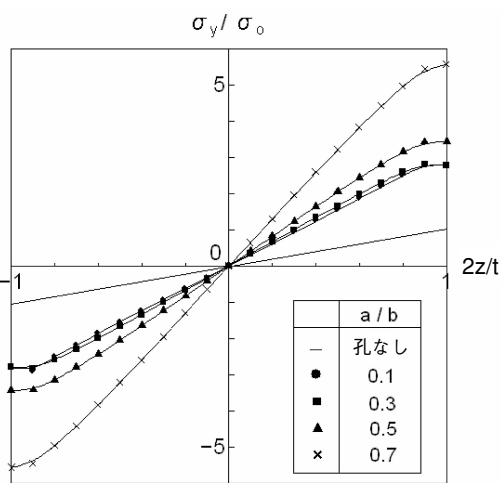
Fig.4 解析領域と要素分割例 (a/b=0.3 t/2b=1.0)



(a)  $t/2b=0.25$



(b)  $t/2b=0.5$



(c)  $t/2b=1.0$

Fig.5 孔縁の板厚方向応力分布

### 3. 解析結果と検討

#### 3.1 孔縁の板厚方向の応力分布

Fig.5に最小断面と交わる孔縁の応力  $\sigma_y$  の板厚方向分布を示す。縦軸に式(1)の  $\sigma_0$  で  $\sigma_y$  を無次元化した値を取り、横軸に板厚方向の座標  $z$  を板厚  $t$  で無次元化した値を用い、孔径比をパラメータとして示す。板厚が厚いほど無次元化した最大応力  $(\sigma_y)_{\max}/\sigma_0$  が大きくなるが、板厚方向の応力分布は同じような傾向を示していることがわかる。また、孔径が小さい場合は応力分布にあまり差はないが、孔径が大きくなるとその影響が大きくなる。さらに最大応力  $(\sigma_y)_{\max}$  は孔径が小さくなると顕著に表面より僅か内側に生じる。なお板内部では応力分布はほぼ一次分布になっている。いずれの場合も孔のない場合と大きく異なることが示された。

#### 3.2 応力集中係数

Fig.5に示した応力分布における最大応力  $(\sigma_y)_{\max}$  を、孔のない曲げの最大引張応力  $\sigma_0$  で無次元化した式(2)による応力集中係数をFig.6に示す。横軸に孔径比  $a/b$  を取り断面形状比  $t/2b$  をパラメータとして示す。なお、点線は貫通孔をもつ丸棒の曲げの結果<sup>(3)</sup>である。孔径が小さい場合、孔をもつ無限板の一軸方向引張りの結果<sup>(4)</sup>  $K_t=3$ の値より小さく、計算したどの板厚においても孔径比  $a/b$  が0.3付近で最小の値を取るようである。しかし、孔径が大きくなり、また板厚が厚くなるほど速く  $K_t=3$  より大きくなる。Table1にこの数値結果を示す。

$$K_t = \frac{(\sigma_y)_{\max}}{\sigma_0} \quad \dots (2)$$

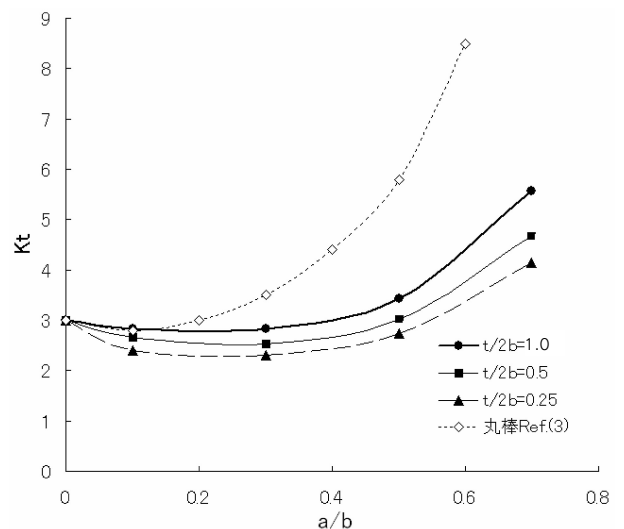


Fig.6 孔径比  $a/b$  と応力集中係数  $K_t$  の関係

Table1 貫通孔の応力集中係数 $K_t$ 

a/b \ t/2b	0.25	0.5	1.0
0 [Ref.4]	3.000	3.000	3.000
0.1	2.402	2.654	2.822
0.3	2.308	2.533	2.822
0.5	2.729	3.028	3.439
0.7	4.140	4.664	5.561

#### 4. 結 言

貫通孔をもつ厚板の曲げにおける応力集中問題を市販のFEMソフト（プリポストプロセッサMSC.Patran, ソルバーMSC.Nastran）を用いて数値解析を行った。そして、孔縁の応力分布と応力集中係数を図表にまとめた。得られた結果の概要は以下のとおりである。

- ・  $\sigma_y$ の板厚方向の応力分布より、最大応力 ( $\sigma_y$ )<sub>max</sub> は孔径比が小さくなると顕著に表面より僅か内側に生じる。
- ・ 孔縁の深さ方向応力分布は孔のない場合に比べ、その応力こう配に大きな違いがある。
- ・ 孔径が小さい場合は、孔縁の深さ方向の応力分布は孔径の大きさの影響が小さいが、孔径が大きくなるとその影響は大きく、応力こう配が大きくなる。
- ・ 応力集中係数は孔径が小さい場合、 $K_t=3$ 以下となるが、孔径が大きくなり板厚が厚くなると急激に $K_t=3$ より大きくなる。

#### 参考文献

- (1) 西谷 弘信：日本機械学会論文集（A編）48 - 447 (S58 - 11)
- (2) 村上 敬宜：応力集中係数の考え方（2005 - 7）
- (3) 中原 一郎：材料力学上巻（養賢堂）(S43 - 10)
- (4) Timoshenko and Goodier, J.N. : Theory of Elasticity, 3rd ed., (1970)
- (5) 鶴 秀登, 大塚 哲弥：弓削商船高等専門学校紀要 28号pp.11 - 16 (2006 - 2)
- (6) 鶴 秀登, 大塚 哲弥, 濱中 敬司, ズル・アズリ・ビン・シャムスディン：弓削商船高等専門学校紀要 29号pp.77 - 82 (2007 - 2)

#### 【付録】

本研究では貫通孔をもつ有限体の断面形状中央に中立軸をもつ曲げモーメントのみが作用する問題の

解を得たが、曲げと引張り又は圧縮などの複合した荷重が有限体に作用する場合の問題の解を求める有益なデータでもある。今、仮にFig.A1に示すように曲げモーメントと引張りが同時に作用している問題を考えると、その応力分布は曲げモーメントによる応力と引張り荷重による応力を合成したものとなる。貫通孔をもつ有限体の一様引張りの応力集中についてはすでに他の論文<sup>(5)(6)</sup>で示されているため、そのデータと本研究のデータを用いることでこの問題を解くことが出来る。

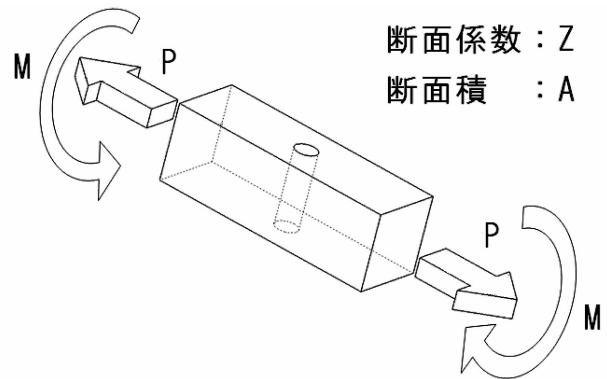


Fig.A1

例えば、Fig.A2に示す応力場における応力集中は場合 (a) では本論文を用い、場合 (b) では文献<sup>(5)(6)</sup>を用いることで得られる。この場合の引張荷重Pと曲げモーメントMの関係は次式となる。

$$\frac{P}{A} = \frac{M}{Z} \dots (A1)$$

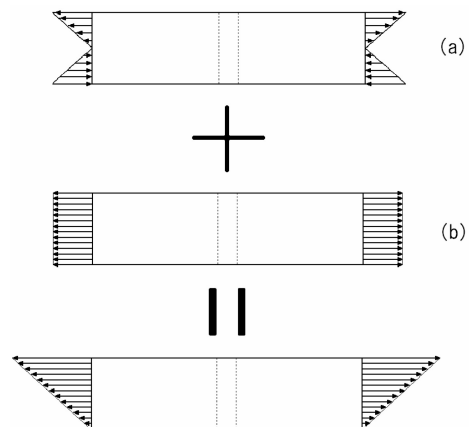


Fig.A2