

# 孔を有する中空丸棒の内圧問題

鶴 秀登\*・小丸 維斗\*\*・金本 健児\*\*\*

## Stress Concentration of Hollow Cylinder With a Pinhole Under Internal Pressure

Hideto Tsuru\*, Yuito Komaru\*\* and Kenji Kanemoto\*\*\*

### Abstract

The problems of stress concentration in the case of a hollow cylinder with a pinhole under internal pressure are analyzed by the FEM. Numerical calculations are done for various combinations of the size of hole and the thickness of hollow cylinder. As a result of the systematic calculation, it is found that as  $d/D_0 \rightarrow 0$  and  $D_i/D_0 \rightarrow 0$ , the maximum circumferential stress at the edge of a hole approaches the stress at the same point of plate with a hole under biaxial uniform tension. And the stress distribution of a hollow cylinder with a hole is compared with that without a hole. It is found that stress distribution on the edge of a hole of hollow cylinder differs from that of tangential stress of wall of the cylinder without a hole.

### 1. 緒言

有限要素法 (Finite Element Method) による数値解析は構造解析などさまざまな分野に用いられている。現在では、電子計算機の発達とともに複雑な構造物などに高度な解析が可能になり、精度の良い結果を得ることができる。FEMを用いた解析ソフトは汎用性をもたせているため形状作成、要素分割、境界条件入力、計算結果表示と解の検討など多くの手順と専門知識が要求され、多くの経験を積むことが大切である。

本研究では、構造物破壊防止の観点から大変重要な応力集中問題<sup>[1][2]</sup>を取り扱った。具体的には、孔を有する中空丸棒が内圧を受ける問題を市販のプリ・ポストプロセッサとソルバーを用いてFEM解析し、検討した。それによってソフトの利用技術の習得と、構造物の応力集中現象の理解、さらには多くの解析をすることによる強度評価周辺の工学的知識を高めることも目的とした。貫通孔を有する中空丸棒が内圧を受ける場合の応力集中問題の中で、破壊の一次因子となる孔縁の円周方向最大引張応力についてまとめ、応力集中係数への孔の大きさと中空丸棒の肉厚の影響を調べた。なお最大応力が生じる位置を知るために孔縁の深さ方向の応力分布についても検討した。

### 2. 数値解析

Fig.1 に示すような円筒 (内径 $D_i$ , 外径 $D_o$ ) の中央に貫通孔 (直径 $d$ ) を有し、円筒円周に一樣な圧力 $p$ が作用する問題を取り扱った。そして、パイプの内径と外径の比 (内外径比 $D_i/D_o$ ) と孔と外径の比 (孔径比 $d/D_o$ ) の変化による応力分布、応力集中係数への影響について検討した。計算に用いた形状寸法は $D_o=100\text{mm}$ とし、その他の寸法との比はTable 1 に示す。また、数値計算上必要な材料定数は、縦弾性係数 $E=206\text{GPa}$ 、ポアソン比 $\nu=0.3$ とした。解析は弾性応力問題とし、孔縁の円周方向最大応力である $\sigma_y$ のみを取り扱った。なお数値計算ではその対称性を考慮し1/4の領域 (Fig.2) で解析し、プリ・ポストプロセッサにはMSC.Patran, ソルバーにはMSC.Nastranをそれぞれ使用し、四面体要素の10節点を用いて行った。なお、応力集中係数は次式で定義した<sup>[3]</sup>。

$$\alpha = \frac{(\sigma_y)_{\max}}{\sigma_\theta} \dots (1)$$

$$\sigma_\theta = \frac{\left(\frac{D_i}{2}\right)^2}{\left(\frac{D_o}{2}\right)^2 - \left(\frac{D_i}{2}\right)^2} \left(1 + \frac{\left(\frac{D_o}{2}\right)^2}{r^2}\right) p \dots (2)$$

\* 電子機械工学科  
\*\* 電子機械工学科 5 年  
\*\*\* 専攻科生産システム工学専攻 2 年

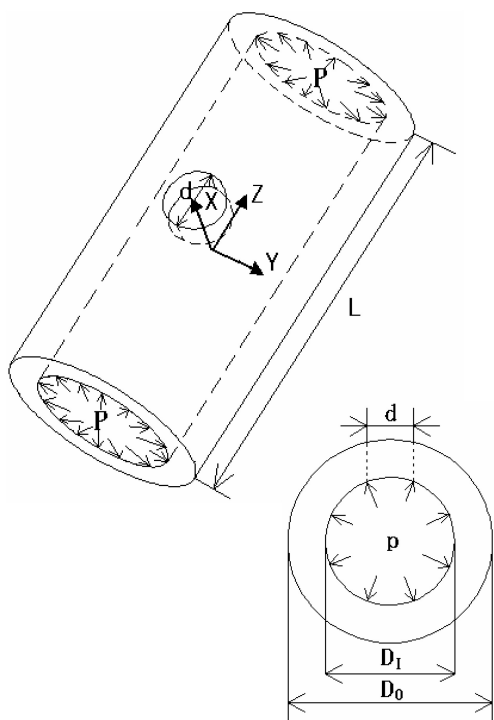


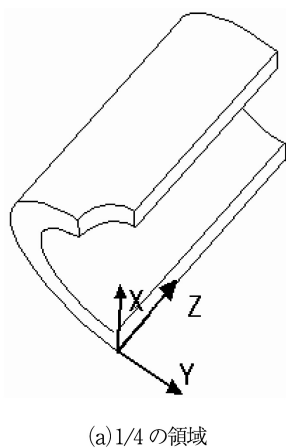
Fig.1 貫通孔をもつ中空丸棒の内圧問題

ただし、 $r$  は円中心からの距離で、ここでは  $r=D_1/2$  である。

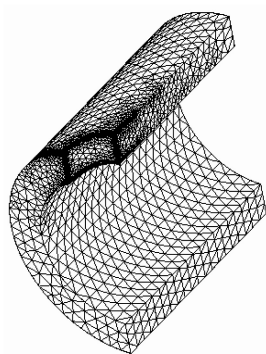
### 3. 数値計算と結果の検討

#### 3. 1 解析精度および要素分割

まず、計算結果の精度を確かめるため、内圧を受ける欠陥のない中空丸棒の問題をFEM解析し、その応力分布を理論式 (2) [3] と比較して、Fig. 3 に示す。縦軸に内周表面上の接線方向応力  $(\sigma_\theta)_{\max}$  (Z軸上応力  $(\sigma_y)_{\max}$  に相当) で肉厚部に生じる接線方向応力  $\sigma_\theta$  (Z軸上応力  $\sigma_y$  に相当) を無次元化した値を取り、横軸には内周表面から外周表面までの深さの位置を示す無次元座標を用い、内外径比  $D_1/D_0$  をパラメータとした。理論式による結果とFEM解析結果がほぼ一致していることがわかる。これらの計算から、本計算ではTable 1 に示す孔縁と孔深さ方向の分割数を用いた。これは分割サイズが孔縁の周方向と深さ方向で同じ程度になる分割数である。なお、Fig. 2 (b) に要素分割例を示す。



(a) 1/4の領域



(b) 要素分割例

Fig.2 解析領域 ( $d/D_0=0.3$ ,  $D_1/D_0=0.7$ )

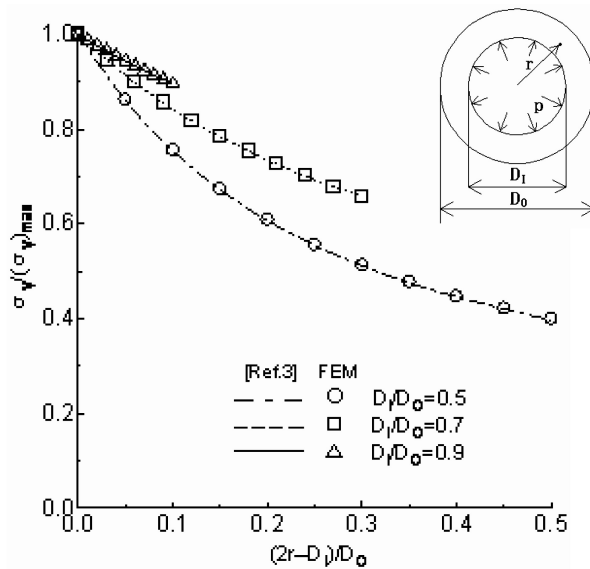


Fig.3 内圧を受ける中空円筒の応力分布

Table1 孔縁と孔深さ方向の要素分割数

$d/D_0$	0.1	0.2	0.3
孔縁	39	79	119
$D_1/D_0$	0.9	0.7	0.5
孔深さ	25	50	83

### 3. 2 孔縁の応力分布

孔縁に生じる孔深さ方向の応力分布について検討した。孔縁に生じる最大応力はZ軸上の $\sigma_y$ であり、その孔の深さ方向の応力を最大値 $(\sigma_y)_{max}$ で無次元化した $\sigma_y/(\sigma_y)_{max}$ の分布をFig. 4～Fig. 6に示す。横軸に中空丸棒内周から外周へ孔の深さの位置を示す無次元座標を取り、孔径比 $d/D_0$ をパラメータとして、各中空丸棒の内外径比 $D_1/D_0=0.9, 0.7, 0.5$ ごとの結果を示す。なお、孔のない場合の式(2)の応力分布も示した。

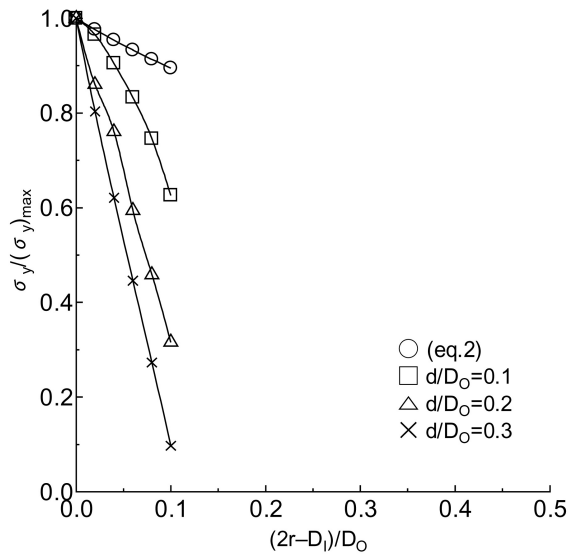


Fig.4 孔深さ方向の応力分布 ( $D_1/D_0=0.9$ )

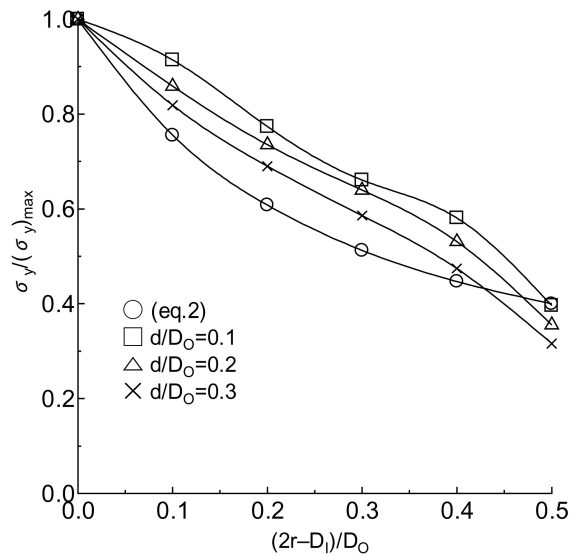


Fig.6 孔深さ方向の応力分布 ( $D_1/D_0=0.5$ )

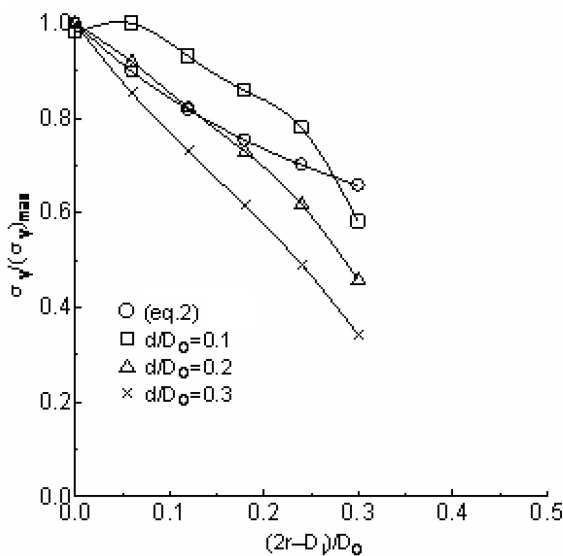


Fig.5 孔深さ方向の応力分布 ( $D_1/D_0=0.7$ )

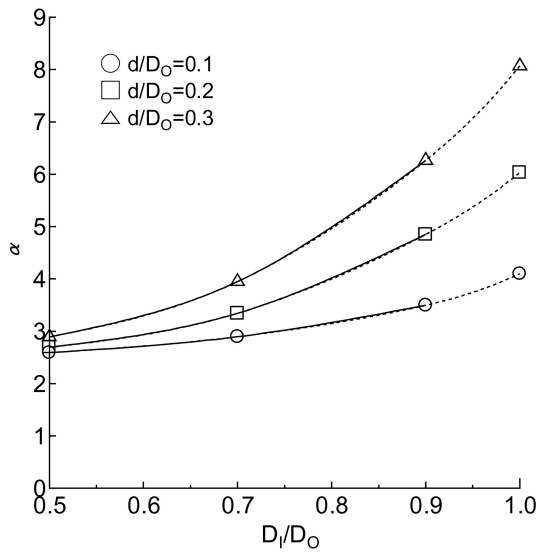
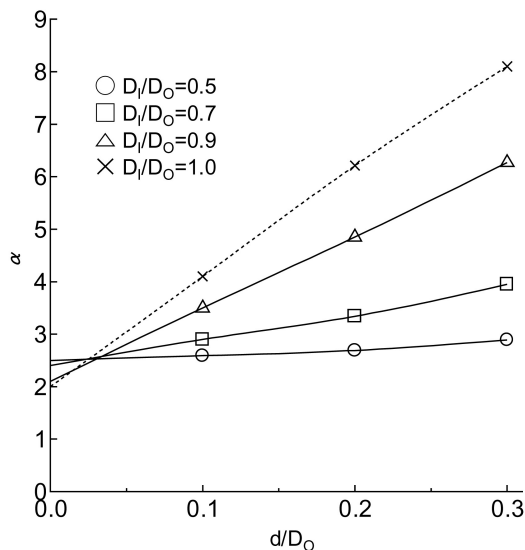
図からわかるようにどの形状も内周表面付近に最大応力が生じていることがわかる。肉厚の薄い $D_1/D_0=0.9$ の場合、無次元応力は孔のない場合が大きくなっている。これは最大値に対する応力変化が孔のない場合に小さく、孔のある場合に大きいことを意味する。肉厚が大きくなると無次元応力の変化は孔のない場合が小さくなっており、表面近傍の最大値に対する応力変化が孔のある場合に小さくなることを意味する。

### 3. 3 応力集中係数

Fig. 7, 8に中空丸棒の孔縁に生じる最大応力(Z軸上の応力成分 $\sigma_y$ の最大値 $(\sigma_y)_{max}$ )を式(1)の無次元表示(応力集中係数 $\alpha$ )で示す。また、これらの数値結果をTable 2に示す。

Fig. 7は横軸に内外径比 $D_1/D_0$ を取り、孔径比 $d/D_0$ をパラメータとして示す。孔が小さくなると内外径比に影響されなくなるようである。また、 $D_1/D_0=1.0$ の結果は計算可能で解が安定している $D_1/D_0=0.9$ までの結果から外挿して求めた。Table 2に示す $D_1/D_0=1.0$ の結果はその外挿値である。

Fig. 8は横軸に $d/D_0$ を取り、 $D_1/D_0$ をパラメータとして示す。応力集中係数と孔径比 $d/D_0$ の関係はどの内外径比についてもほぼ直線関係に近くなっていることがわかる。また、肉厚が大きくなるにつれ孔径比に関係なく $\alpha$ 一定となるようである。なお、Fig. 7で外挿して求めた $D_1/D_0=1.0$ の結果も図中に隠れ線で加えた。図より板の2軸応力引張りにおける応力集中係数 $\alpha=2$ の結果に無理なく近づくことがわかる。また、肉厚がある場合、その影響により $d/D_0 \rightarrow 0$ の極限で $\alpha > 2$ になっていることがわかる[4][5]。

Fig.7  $\alpha$ と内外径比 $D_1/D_0$ の関係Fig.8  $\alpha$ と孔径比  $d/D_0$ の関係Table 2 応力集中係数  $\alpha$  への孔径比  $d/D_0$ と内外径比  $D_1/D_0$ の影響

$\alpha$	内外径比			
	$D_1/D_0=0.5$	$D_1/D_0=0.7$	$D_1/D_0=0.9$	$D_1/D_0=1.0$
0.0	2.50	2.40	2.10	2.00
0.1	2.59	2.90	3.50	4.10
0.2	2.69	3.34	4.85	6.21
0.3	2.89	3.95	6.27	8.10

#### 4. 結 言

孔を有する中空丸棒の内圧問題について市販のFEMソフト (MSC.Patran, MSC.Nastran) を用いて, 孔縁に生じる孔深さ方向の応力分布, 最大応力について検討を行った。結果の概要を以下に示す。

- ・肉厚が薄い場合, 孔縁の深さ方向の無次元応力は孔のない場合に比べ大きく変化するが, 肉厚が大きくなると孔のある場合の方が変化は小さくなる。

- ・応力集中係数と孔径比の関係は, 内外径比ごとにほぼ比例関係になる。

- ・肉厚が薄くなる極限 ( $D_1/D_0=1.0$ ) と孔が小さくなる極限 ( $d/D_0=0$ ) について, 計算可能な結果から外挿し, 計算で得られない結果を推定した。

#### 参考文献

- [1] 西谷：日本機械学会論文集 (A編), 48巻, 447号PP.1353~1359, (昭58-11).
- [2] 村上敬宜：応力集中の考え方 (養賢堂) 2005-7.
- [3] S.P.Timoshenko & J.N.Goodier：Theory of Elasticity, Third Edition (McGraw-Hill, N.Y.), (1951).
- [4] 中原一郎：材料力学上巻 (養賢堂), (昭43-10).
- [5] 鶴秀登・大塚哲弥・濱中敬司・ズルアズリ：弓削商船高等専門学校紀要, 第29号, PP.77~82 (2007-2)