

# 複合材の弾性変形に関する有限要素法解析

中山 恭秀\*・伊藤 将吾\*\*

## FEM Analysis of Elastic Deformation of Composite Materials

Yasuhide Nakayama\*, Shogo Ito\*\*

### Abstract

In the present day, there can not be the development of a material without the environmental impact. The utility of resources and the disposal of used materials must be considered for the industrial construction with circulation of resources. Therefore, the biodegradable material is paid attention. Especially, the resinous material reinforced by the natural fiber, which originates in plant comes wide use as the green composite. For the industrial use of the green composite, we have to understand the properties of biodegradable materials. In the present paper, the biodegradable material reinforced by the hemp yarn, which originates in the corn is targeted, the viscoelasticity is enumerated in one of the dynamic properties of that. The mechanical properties of composite material which has the viscoelasticity are obtained from the stress relaxation tests. In order to estimate the behavior of viscoelastic deformation, the numerical model that is composed by the hemp fiber and the biodegradable resin have been deformed under cyclic loading. As the results of this work, it is shown that the peak of oscillate stress is reduced gradually with the amplitude cycle of the strain.

### 1. 緒 言

現在、持続可能な循環型社会の構築に向けて、環境・資源・エネルギーを保護する研究・技術開発の確立が求められている。特に、高分子系複合材料などは環境への負荷が大きいため、資源リサイクル手法の確立、ならびに資源の循環利用が可能な材料開発が強く求められている。こうした背景から、植物由来の生分解性樹脂が注目されており、天然素材の繊維を強化材、生分解性樹脂を基軸材とする環境負荷の少ない複合材料いわゆるグリーンコンポジット<sup>[1]</sup>の産業的活用が研究されている。これらの材料の重要な力学的性質の1つに粘弾性が挙げられる。粘弾性は塑性と同じ材料非線形性に属するが、塑性は非時間依存性なのに対し、粘弾性は時間依存性の非線形問題となる。植物由来の生分解性樹脂や天然素材繊維などは高分子材料であり、こうした材料において粘弾性が顕著に現れる。したがって、高分子材料を使用した製品の開発・設計ではこの現象を考慮した解析が必要になる。本研究では、この生分解性樹脂と天然繊維を組合わせた単純な複合材モデルを設定し、力学的特性や変形挙動を有限要素法により解析を行う。

### 2. 粘弾性

#### 2.1 粘弾性力学モデル

プラスチックなどの高分子材料の特徴的な性質として、時間依存性がある。例えば、一定の応力状態下においては、時間とともにひずみが増加するクリープ現象や、ひずみ一定に保った状態で、応力が徐々に低下する応力緩和現象がみられる。こうした時間依存性をもつ材料の力学モデルは、弾性と粘性を併せ持つ粘弾性材料として取り扱われている<sup>[2]</sup>。一般の金属材料にみられる塑性変形は、応力-ひずみ関係が比例関係ではなく、非線形な関係にある。一方、粘弾性材料においても、塑性とは別の力学的機構であるにしろ、応力-ひずみ関係は比例関係ではなく、非線形性を特徴とする。

時間依存性の粘弾性体を表現する代表的な力学モデルとして、弾性バネと粘性ダッシュポットを直列結合したMaxwellモデルと、並列結合したVoigtモデル(Kelvinモデル)の2つがある<sup>[3]~[6]</sup>。

ここで、Maxwellモデルの概念図をFig.1に示す。このモデルの状態は全伸び $\varepsilon$ と内部パラメータ、すなわちダッシュポットの伸び $\eta$ により決定される。

\* 電子機械工学科

\*\* 専攻科生産システム工学専攻

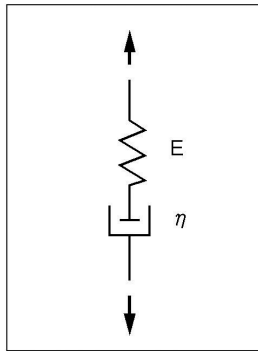


Fig.1 Maxwell Model

2つの要素は同じ応力を受け、伸びは次式により決定される。

$$\varepsilon - \eta = \frac{\sigma}{E}, \quad \dot{\eta} = \frac{\sigma}{F} \quad (E \text{ と } F \text{ は定数}) \quad (1)$$

式(1)より  $\eta$  を消去すれば、微分方程式

$$\frac{\sigma}{F} + \frac{\dot{\sigma}}{E} = \dot{\varepsilon} \quad (2)$$

あるいは  $p_1 = F/E, q_1 = F$  において

$$\sigma + p_1 \dot{\sigma} = q_1 \dot{\varepsilon} \quad (3)$$

を得る。数多くのバネとダッシュポットを追加し、非線形要素も含ませれば、もっと複雑な構造のモデルができる。

Fig.2は、単純 Maxwell モデルを並列に結合して得られる一般化 Maxwell モデルである。その1つの要素を選び、熱膨張についても考慮するとき、全ひずみ速度  $\dot{\varepsilon}$ 、弾性成分  $\dot{\varepsilon}^e$ 、粘性成分  $\dot{\varepsilon}^v$  および温度変化による伸縮の成分  $\dot{\varepsilon}^\theta$  から構成される。

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^e + \dot{\varepsilon}^v + \dot{\varepsilon}^\theta \quad (4)$$

粘弾性体は、力学的性質が時間依存性をもつ材料である。ここでは等方性の粘弾性体について、一般の2次元および3次元の問題を取り扱うこととし、粘性によるひずみ増分  $\dot{\varepsilon}^v$  を、せん断成分  $\dot{\varepsilon}^d$  と体積成分  $\dot{\varepsilon}^k$  とに分けて考える。等方弾性体の場合によく用いられている式との類似により

$$\dot{\varepsilon}^v = \dot{\varepsilon}^d + \dot{\varepsilon}^k = \frac{1}{2\eta_G} \sigma' + \frac{1}{3\eta_K} \sigma_m \quad (5)$$

$\sigma'$  と  $\sigma_m$  は、偏差応力および平均垂直応力を表わす。 $\eta_G$  と  $\eta_K$  は、せん断変形と体積変形の粘性係数である。せん断および体積弾性係数を  $G$  および  $K$  とすれば、次のように緩和時間  $T_G$  と  $T_K$  が定まる。

$$T_G = \frac{\eta_G}{G}, T_K = \frac{\eta_K}{K} \quad (6)$$

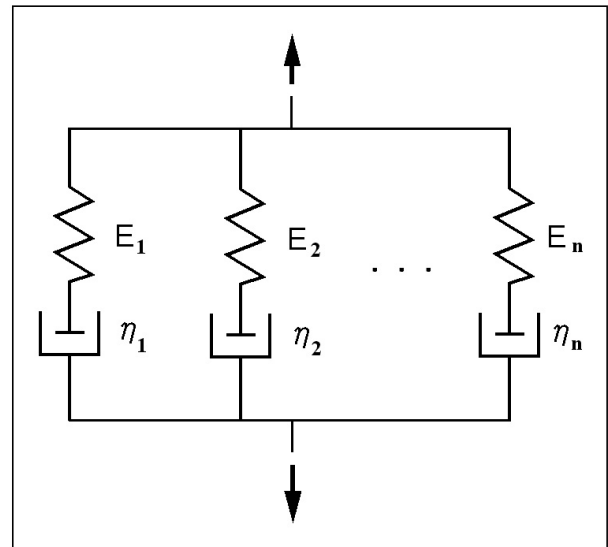


Fig.2 Generalization Maxwell Model

## 2. 2 粘弾性体構成式

粘弾性力学モデルは、瞬間的に変形が発生する弾性モデルと時間と共に変形が進行する粘性モデルの組合せで表現される。弾性モデルの変形挙動はフックの法則(式(7))に従い、粘性モデルの変形挙動はニュートン粘性(式(8))として記述される。

$$\sigma = E\varepsilon \quad (7)$$

$$\sigma = \eta \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (8)$$

こうした粘弾性材料を表現する一般的なもののひとつが Maxwell モデルである。これは、Fig.1のようにバネとダッシュポットを直列に配置した2要素モデルで表され、構成式は次のように記述される[7]。

$$\sigma + \frac{\eta}{E} \frac{d\sigma}{dt} = \eta \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (9)$$

また、応力緩和式は次のようになる。

$$\sigma(t) = \sigma_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad (10)$$

粘弾性体の力学的挙動はより複雑であるため、Maxwell モデルを複数、並列に配置してその挙動を近似することになる。構成要素数を増やしたものは一般化 Maxwell モデルと呼ばれる。また、本研究において使用される汎用有限要素法ソフト(MSC.Marc/Mentat)でもこの一般化 Maxwell モデルは採用されている[8]。一般化 Maxwell モデルの応力緩和式は次のように求められる[9]。

$$\sigma(t) = \sigma_e + \sum_{i=1}^n \sigma_i \exp\left(-\frac{t}{\tau_i}\right) \quad (11)$$

与えられたひずみを  $\varepsilon_0$  とした場合、式(11)は次のように書き換えられる。

$$E(t) = \frac{\sigma(t)}{\varepsilon_0} = E_e + \sum_{i=1}^n E_i \exp\left(-\frac{t}{\tau_i}\right) \quad (12)$$

本研究で使用した汎用有限要素法ソフトでは、等方性粘弾性材料に対して、変数挙動と体積的挙動を完全に分離し、時間に依存するせん断弾性係数  $G(t)$  と体積弾性係数  $K(t)$  によりその挙動は表現できると仮定している。 $G(t)$  と  $K(t)$  はそれぞれ次のように表される。

$$G(t) = G_e + \sum_{i=1}^n G_i \exp\left(-\frac{t}{\tau_i}\right) \quad (13)$$

$$K(t) = K_e + \sum_{i=1}^n K_i \exp\left(-\frac{t}{\tau_i}\right) \quad (14)$$

せん断弾性係数  $G(t)$ 、体積弾性係数  $K(t)$  とヤング率  $E$  の関係式は以下のように与えることができる。

$$G(t) = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (15)$$

$$K(t) = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad (16)$$

### 3. 有限要素法解析モデル

#### 3. 1 粘性の特性値

基軸材としての生分解性樹脂 (ヤング率  $E_R = 4GPa$ , ポアソン比  $\nu_R = 0.4$ , 引張り強度  $\sigma_{BR} = 17MPa$ ) に、強化材として麻繊維 (直径  $\phi 0.75$ , ヤング率  $E_G = 24.5GPa$ , ポアソン比  $\nu_G = 0.4$ , 引張り強度  $\sigma_{BG} = 125MPa$ ) を用いた複合材モデルを考える。生分解性樹脂および麻繊維について、応力緩和試験の結果を Fig.3, 4 に示す。これらの実験から、生分解性樹脂の緩和時間  $\tau$  は 500sec、麻繊維の緩和時間は 125sec であることが得られた。また、応力の停留値  $\sigma_e$  に関しては、生分解性樹脂が 9.6MPa、麻繊維が 78MPa であった。生分解性樹脂の初期ひずみが  $\varepsilon_0 = 2.76 \times 10^{-3}$ 、麻繊維の初期ひずみが  $\varepsilon_0 = 4.16 \times 10^{-3}$  であることから、生分解性樹脂についての弾性係数関数は、

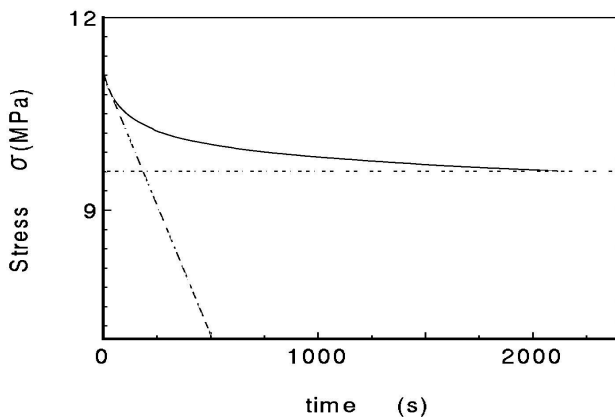


Fig.3 Stress relaxation curve of biodegradable resin

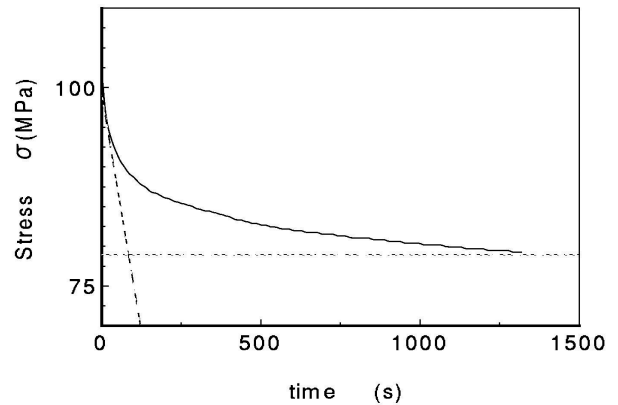


Fig.4 Stress relaxation curve of hemp

$$\sigma(t) = 9.6 + 1.5 \exp\left(-\frac{t}{500}\right) \quad [MPa] \quad (17)$$

$$E(t) = 3480 + 543.5 \exp\left(-\frac{t}{500}\right) \quad [MPa] \quad (18)$$

$$G(t) = 1242.8 + 194.1 \exp\left(-\frac{t}{500}\right) \quad [MPa] \quad (19)$$

$$K(t) = 5800 + 905.8 \exp\left(-\frac{t}{500}\right) \quad [MPa] \quad (20)$$

となる。また、麻繊維については、

$$\sigma = 78.8 + 23.1 \exp\left(-\frac{t}{125}\right) \quad [MPa] \quad (21)$$

$$E(t) = 18942 + 5552.8 \exp\left(-\frac{t}{125}\right) \quad [MPa] \quad (22)$$

$$G(t) = 6765 + 1983.1 \exp\left(-\frac{t}{125}\right) \quad [MPa] \quad (23)$$

$$K(t) = 31570 + 9254.7 \exp\left(-\frac{t}{125}\right) \quad [MPa] \quad (24)$$

と求まる。

#### 3. 2 モデルおよび試験条件

本研究において、想定した天然繊維と生分解性樹脂の複合材料を Fig.5 に示す。複合材モデルとしては、厚さ 1mm の生分解性樹脂を基軸材として中心に直径 0.75mm の麻繊維 (ラミー麻) が入っているものとした。

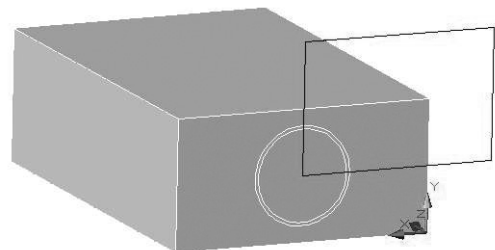


Fig.5 Unit Structure of Composite

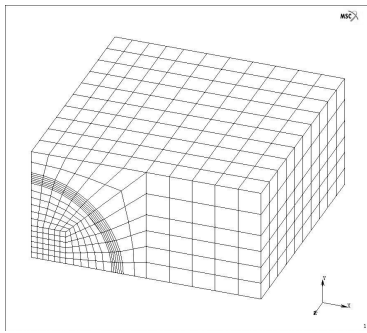


Fig.6 FEM model

この材料モデルについての有限要素モデルを Fig.6 に示す。有限要素モデルは、その対称性を考慮して材料モデル単位構造の 1/4 である。また、天然繊維と生分解性樹脂の接合界面も設定し、その材料定数を生分解性樹脂と麻繊維の中間の値として、ヤング率  $E = 10GPa$ 、ポアソン比  $\nu = 0.4$  とした。試験方法としては、以下の条件で行った。

- 繊維方向への単軸引張り試験
  - 引張り速度  
0.01mm/min, 0.1mm/min, 0.5mm/min
- 正弦波状ひずみ振幅を加える繰り返し負荷試験
  - ひずみ振幅 0.006
  - 周波数 0.25(1/s), 0.5(1/s)

## 4. 解析結果

### 4. 1 単軸負荷

単軸引張りの場合における、相当応力分布の一例を Fig.7 に示す。生分解性樹脂、麻繊維ともに粘弾性を適用したモデルであり、引張り速度は 0.01mm/min である。モデルに与えたひずみは、0.006 であり、最大応力値は 150.3MPa であった。また、モデルに加えられた負荷の大部分を麻繊維が負荷していることが分かる。

次に、単軸引張りの場合における応力-ひずみ関係を、Fig.8 ~ Fig.10 に示す。いずれの場合も、ひずみを 0.006 与えている。Fig.8 は、引張り速度 0.1mm/min、生分解性樹脂のみに粘弾性を適用した場合の結果である。

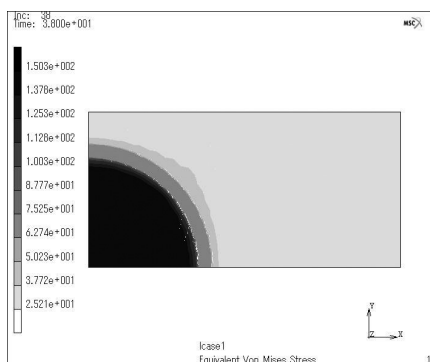
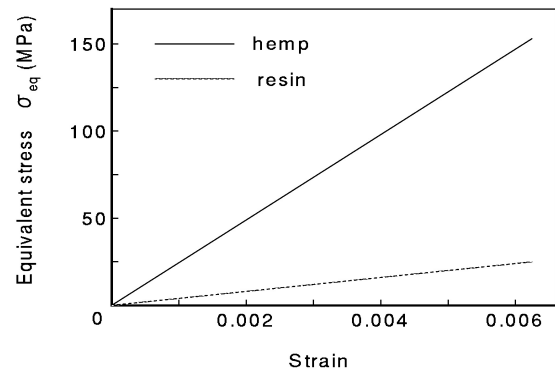
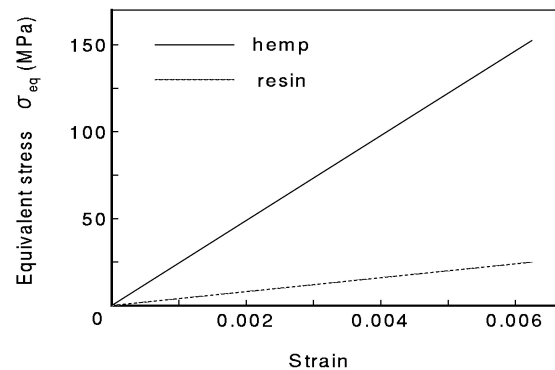


Fig.7 Distribution of equivalent stress



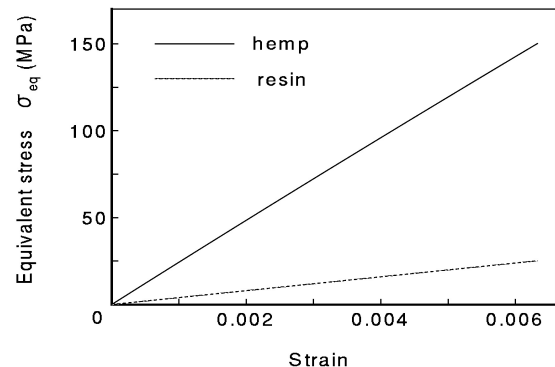
(resin : viscoelasticity, hemp : non-viscoelasticity, tensile speed : 0.1mm/min)

Fig.8 Stress - strain curve



(resin : viscoelasticity, hemp : viscoelasticity, tensile speed : 0.1mm/min)

Fig.9 Stress - strain curve



(resin : viscoelasticity, hemp : viscoelasticity, tensile speed : 0.01mm/min)

Fig.10 Stress - strain curve

このひずみ段階での応力最大値は 153.1MPa であった。Fig.9 は、生分解性樹脂、麻繊維ともに粘弾性を適用した場合の結果である。最大応力値は 152.6MPa であった。Fig.10 は、生分解性樹脂、麻繊維ともに粘弾性を適用し、引張り速度 0.01mm/min とした場合の結果である。最大応力値は 150.3MPa であった。引張り速度が低下すると、弾性係数が低くなる傾向は認められるが、いずれのモデルに関しても大きな差異は認められなかった。

4. 2 定ひずみ負荷および繰り返し負荷

次に、有限要素法モデルに0.006の定ひずみを与え、その後ひずみを一定に保つ負荷条件において、麻繊維と生分解性樹脂それぞれの応力の時間変化についての結果をFig.11に示す。麻繊維および生分解性樹脂ともに粘弾性を考慮したモデルであるが、麻繊維に関してのみ、顕著な応力の減衰が認められた。さらに、周波数0.25(1/s)、振幅0.006の正弦波のひずみ振幅を加えた場合についての結果を示す。Fig.12は麻繊維、Fig.13は生分解性樹脂についての、応力-時間関係である。また、Fig.14は麻繊維と生分解性樹脂それぞれの応力のピーク値をプロットして、その時間変化を示したものである。この結果からも、麻繊維の方が生分解性樹脂に比べ、応力緩和の傾向が顕著であることが分かる。

次に、周波数0.5(1/s)、振幅0.006の正弦波のひずみ振幅を加えた場合についての結果を示す。Fig.15は麻繊維、Fig.16は生分解性樹脂についての、応力-時間関係である。また、Fig.17は麻繊維と生分解性樹脂それぞれの応力のピーク値をプロットして、その時間変化を示したものである。

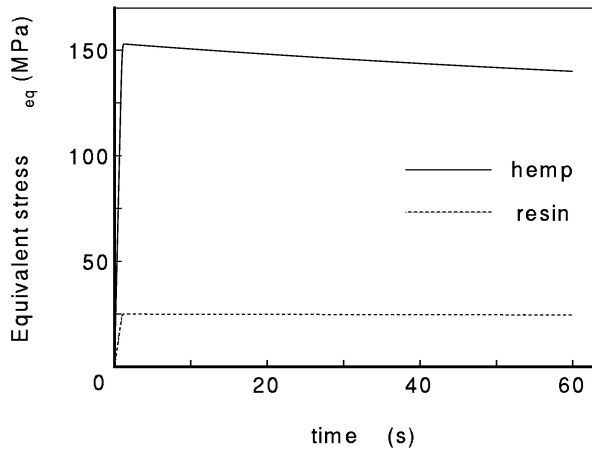


Fig.11 Stress - time curve ( $\varepsilon = 0.006$ )

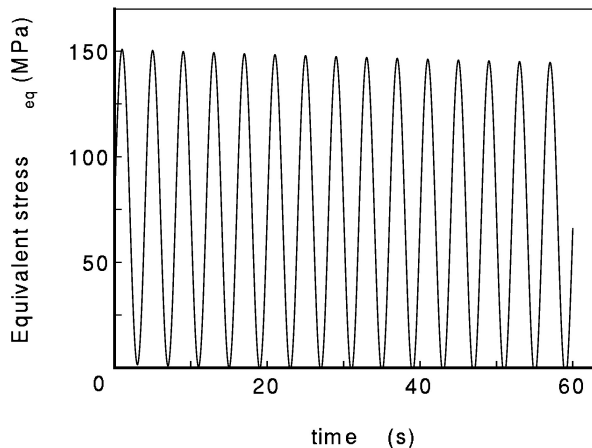


Fig.12 Stress - time curve (hemp)

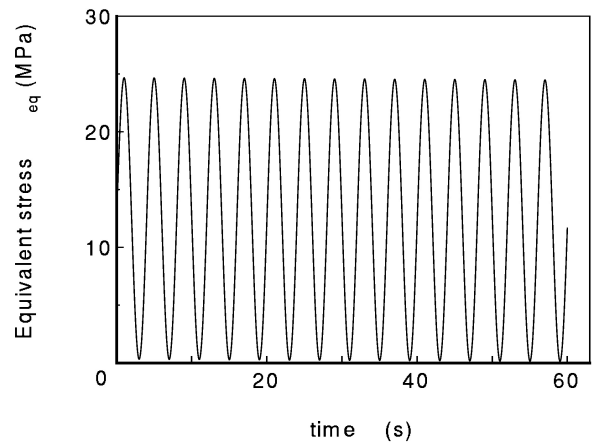


Fig.13 Stress - time curve (resin)

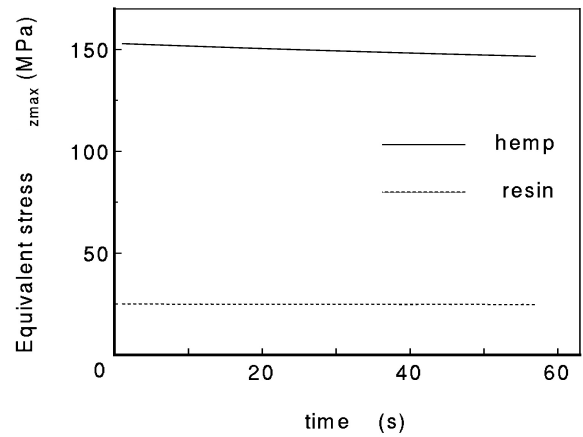


Fig.14 Peak value of stress - time curve

麻繊維にかかる応力のひずみ振幅に対する応答を見ると、振幅の繰り返しに伴って応力のピーク値が徐々に低下する傾向が認められた。また、ひずみ振幅の周波数が大きくなると、ひずみ振幅1周期あたりの応力緩和が大きくなる傾向が認められた。一方、生分解性樹脂に関しては、繰り返しに伴う応力の顕著な低下は認められなかった。

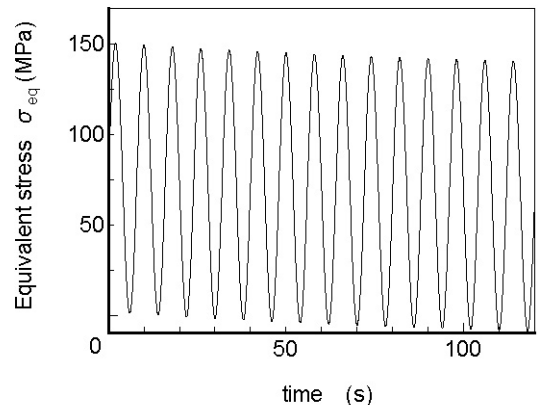


Fig.15 Stress - time curve (hemp)

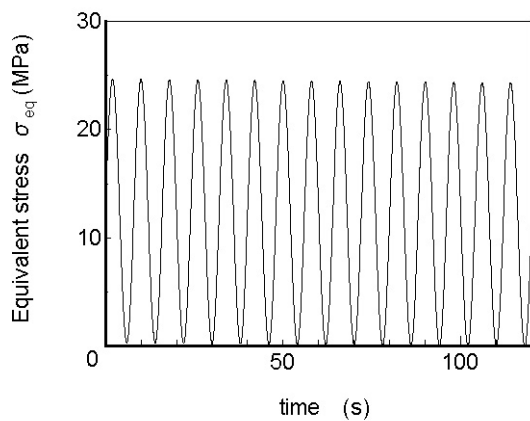


Fig.16 Stress - time curve (resin)

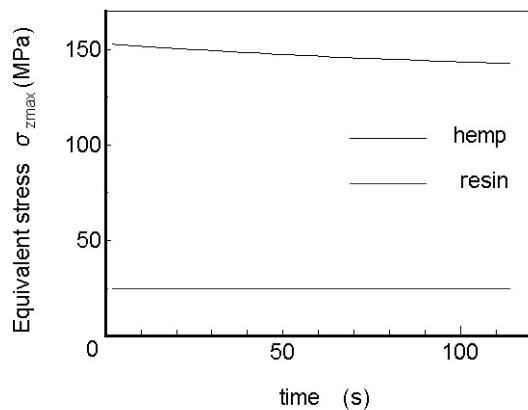


Fig.17 Peak value of stress - time cuve

#### 4. 結 言

本研究において、生分解性樹脂を基軸材とし、麻繊維を強化材とする複合材の有限要素法モデルを設定し、粘弾性解析を行った。麻繊維の粘弾性を考慮したモデルとそうでないモデル、いずれの結果についても、それほど顕著な違いが認められなかった。また、ひずみ速度を変化させた場合も材料の特性値には変化がなく先ほどと同じように違いは認められなかった。しかしながら、定ひずみ負荷あるいはひずみ振幅を与えた場合に関して、振幅の繰り返しに伴って麻繊維部分の応力のピーク値が徐々に低下する傾向が認めることができた。また、ひずみ振幅の周波数が大きくなると、ひずみ振幅1周期あたりの応力緩和が大きくなる傾向が認められた。一方、生分解性樹脂に関しては、繰り返しに伴う応力の顕著な低下など、粘弾性特有の性質は認められなかった。この原因としては、負荷の大部分を麻繊維が受けもっていることが影響していると考えられる。本研究により応力の緩和減少を始めとする粘弾性特有の性質を有限要素法により表現することができた。

#### 参考文献

- [1] 大窪 和也, 高木 均, 合田 公一, 材料 Vol.55, No.4(2006), pp438-444
- [2] 山田 嘉昭 著,「塑性・粘弾性」, 培風館 (1980)
- [3] 高分子学会 編,「高分子材料の試験法と評価」, 培風館 (1980)
- [4] 高分子学会 編,「高分子科学の基礎」, 東京化学同人 (1994)
- [5] H. ツィーグラー 原著, 田中 正隆, 田中 喜久昭 訳, 「連続体の熱・力学入門」, 森北出版株式会社 (1981)
- [6] G.R. ストロープル 原著, 深尾 浩次, 宮本 嘉久, 宮地 秀紀, 林 久夫 共訳, 「高分子の物理 構造と物性を理解するために」, シュプリンガー・フェアラーク東京 (1998)
- [7] 日本材料学会 編,「改訂・初心者のための有限要素法」, 社団法人 日本材料学会 (2001)
- [8] 立石 源治 著, MSC Talk No.40 「立石塾【第12回】粘弾性の解析の基礎」, MSC ソフトウェア (2006)
- [9] 山田 嘉昭 著,「マトリックス法材料力学」, 培風館 (1980)