

# 2 軸圧縮負荷状態における近接 2 円孔体での円孔間の干渉

中山 恭秀\*・森光 一樹\*\*・峯松 順子\*\*\*・清水 一郎\*\*\*\*

## Interference between Two Neighboring Holes in Solid Metal Under Biaxial Compression

Yasuhide Nakayama\*, Kazuki Morimitsu\*\*, Junko Minematsu\*\*\* and Ichiro Shimizu\*\*\*\*

### Abstract

The voids in a material have often important role for the ductile failure. Therefore, it is necessary to control the voids growth by the processing as a mean of improving material properties. In the present paper, aluminum solid bodies which contain two closely spaced holes have been treated as simple models of damaged materials. In order to control the deformation of holes efficiently, these models have been deformed under the several strain paths of biaxial compression. As the results of this work, it is shown that compressive strain path dominate the pile up around the hole and the hole shape. Consequently, it seems that the evolution of plastic deformation around holes depend on the loading path and the work hardened area at the initial stage has an influence on the deformation of holes.

### 1. 緒 言

延性材料中において、ポイドの形状変形や成長といった過程は、材料の機械的性質に影響を与える非常に重要な問題である。こうした問題に関しては、これまでにも、Tvergaard ら [1]~[8] が様々な研究を行っている。ポイドの形状変形においては、ポイド近傍の応力・ひずみ状態が問題となるが、これにはポイドの分布状況も大きな影響を与えることが考えられるため、ポイドが近接して材料中に存在している場合について、ポイドの成長、形状変形を解析・検討すことも必要である。また、負荷経路によって、ポイド間の干渉やポイド成長過程が異なることも考えられ、こうした様々な要因を考慮した解析が求められる。そこで本研究では、弾塑性有限要素法解析により、延性材料中にポイドが近接して分布するソリッドモデルを設定し、これに様々な圧縮負荷経路を与えた場合の、ポイドの変形過程について検討した。

### 2. 有限要素法解析

#### 2. 1 構成式

本研究では、汎用有限要素法プログラムにより弾塑性変形解析を行う。この解析では、応力速度の定式化に

Cauchy 応力の Jaumann 速度を用いるが、Cauchy 応力の Jaumann 速度  $\overline{\dot{\sigma}}_{ij}$  は次式 [9][10] で表される。

$$\overline{\dot{\sigma}}_{ij} = D_{ijkl}\dot{\varepsilon} \quad (1)$$

ここで  $D_{ijkl}$  は、相当応力  $\bar{\sigma}$ 、偏差応力  $\sigma'_{ij}$ 、横弾性係数  $G$ 、ポアソン比  $\nu$ 、瞬間硬化係数  $H'$  を用いて次式のように表される。

$$D_{ijkl} = G \left\{ \delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk} + \frac{2\nu}{1-2\nu}\delta_{ij}\delta_{kl} \right\} - \frac{3G\sigma'_{ij}\sigma'_{kl}}{\bar{\sigma}^2(H'/3G+1)} \quad (2)$$

#### 2. 2 解析モデル

本研究では、材料中にポイドが近接して分布しているモデルに、圧縮負荷をかけた場合のポイド形状の変形について取り扱う。単純モデルとして、 $10 \times 10 \times 5(\text{mm})$  の直方体試験片に  $\phi 1$  の円孔を中央に 2 つ配列させた。円孔の中心間距離は  $1.5\text{mm}, 2\text{mm}$  である。また円孔配列角  $\theta$  を Fig.1 のように、円孔中心間を結ぶ線分と水平線とのなす角と定義しモデルを設定した。この要素分割モデルを Fig.2 に示す。要素は 6 面体 8 節点アイソパラメトリック要素であり、中心間距離  $2\text{mm}$  のモデルの場合要

\*電子機械工学科

\*\*専攻科生産システム工学専攻

\*\*\*株式会社KYB

\*\*\*\*岡山大学工学部機械工学科

平成19年9月28日受理

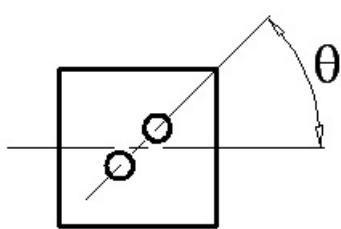


Fig.1 Array angles of holes

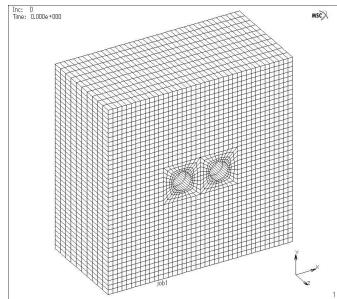


Fig.2 Mesh data for FEM analysis

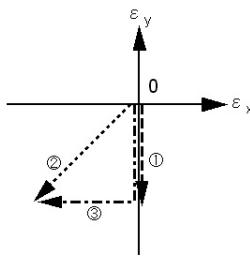


Fig.3 Loading paths

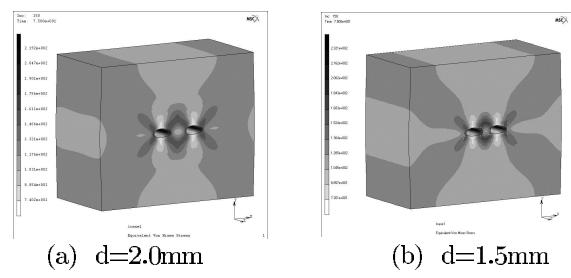
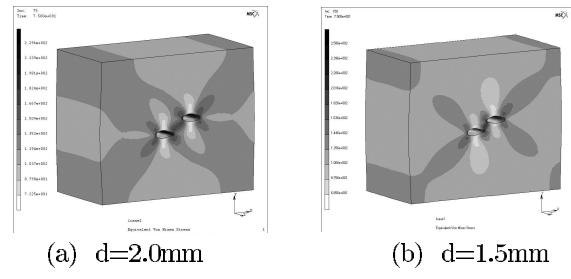
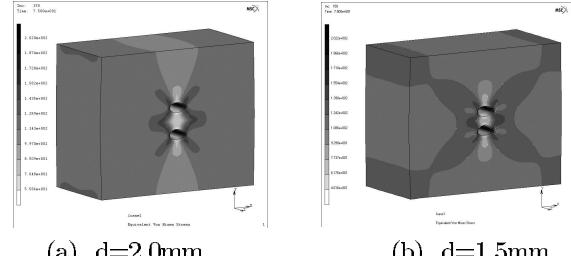
素数はおよそ 12,000 であり、中心間距離 1.5mm のモデルでは 20,000 である。試験片材料は工業用純アルミニウムであり、ヤング率 70GPa、ポアソン比 0.3、加工硬化指数 0.34 とした。

このモデルに、Fig.3 に示すような負荷経路、①単軸圧縮 {y 軸方向 (紙面上下方向) 相当ひずみ  $\bar{\varepsilon} = 0.135$ }、②等 2 軸圧縮 {x 軸・y 軸 (同時圧縮) 相当ひずみ  $\bar{\varepsilon} = 0.285$ }、③段階的 2 軸圧縮 {x 軸・y 軸方向 (y 軸方向に平面ひずみ圧縮後、x 軸方向に平面ひずみ圧縮)  $\bar{\varepsilon} = 0.283$ } にそれぞれ圧縮負荷をかける。このように、円孔分布状態と負荷経路を様々に変えて弾塑性変形を行い、ボイド近傍の応力・ひずみ状態について比較検討を行う。

### 3. 有限要素法解析結果

#### 3. 1 単軸圧縮 (負荷経路①)

単軸圧縮負荷における円孔間距離  $d = 2.0\text{mm}$ ,  $1.5\text{mm}$  のシミュレーション結果を示す。Fig.4, 5, 6 は円孔配列角度  $\theta = 0^\circ, 30^\circ, 90^\circ$  各モデルの相当応力分布である。また、各図左側は中心間距離  $d = 2.0\text{mm}$ 、右側は中心間距離  $d = 1.5\text{mm}$  の場合の結果を示している。単軸圧縮負荷におかれると、 $\theta = 0^\circ, 30^\circ, 90^\circ$  の各モデルとも

Fig.4 Distribution of equivalent stress  
(uniaxial  $\theta = 0^\circ$ )Fig.5 Distribution of equivalent stress  
(uniaxial  $\theta = 30^\circ$ )Fig.6 Distribution of equivalent stress  
(uniaxial  $\theta = 90^\circ$ )

に円孔中心間距離にかかわらず、自由表面において太鼓状に膨らみ、負荷方向に円孔はつぶれ、負荷垂直方向には円孔が伸長していることがわかる。また、相当応力分布から、円孔近傍の塑性変形において、円孔相互に干渉していることも認められた。

円孔間距離  $d = 2.0\text{mm}$  のモデルの場合、応力の最大値は  $\theta = 0^\circ$  のとき  $\sigma_{max} = 219.2\text{MPa}$ 、 $\theta = 30^\circ$  のモデルでは  $\sigma_{max} = 229.6\text{MPa}$ 、 $\theta = 90^\circ$  のモデルでは  $\sigma_{max} = 202.0\text{MPa}$  であった。すべてのモデルにおいて、応力・ひずみの最大値はともに円孔が隣接する側、かつ表面より内部において発生していることが認められた。 $\theta = 30^\circ$  のモデルで、円孔近傍の最大応力が最も高い値を示しており、 $\theta = 30^\circ$  のモデルにおいては、2 円孔間の領域における応力が他の円孔配列角のモデルに比べ高くなっている。円孔間の干渉が大きいことがわかる。これは  $30^\circ$  がせん断帯発生の角度に近いことから、円孔配列方向に変形が進展しやすく、円孔相互の干渉が大きいためと考えられる。円孔形状の変形については、特に  $\theta = 90^\circ$  のモデルにおいて、 $\theta = 0^\circ, 30^\circ$  とは異なり、円孔形状が三角形形状に潰れることも分かった。

次に、円孔間距離  $d = 1.5\text{mm}$  の場合についてであるが、 $\theta = 0^\circ$  のモデルでは応力最大値が  $\sigma_{max} = 232.1\text{MPa}$  となり、 $\theta = 30^\circ$  のモデルでは  $\sigma_{max} = 258.6\text{MPa}$ 、 $\theta = 90^\circ$  のモデルでは  $\sigma_{max} = 202.2\text{MPa}$  であった。円孔間距離  $2.0\text{mm}$  と同様に、 $\theta = 30^\circ$  のモデルがせん断帯発生の角度に近いため、円孔間の干渉が大きく最大応力が最も高い値となった。また、 $\theta = 90^\circ$  のモデルの場合、応力最大値は円孔間距離の違いによる差異があまりなく、円孔の干渉による影響が小さいことが考えられる。また、これらのモデルについても、自由表面において太鼓状に膨らみ、負荷方向に円孔は潰れ、負荷垂直方向には円孔が伸長していることが分かる。特に、相当応力分布から  $\theta = 30^\circ$  のモデルにおいては、円孔間距離を小さくした影響が現れ、応力が  $2.0\text{mm}$  に比べ高くなっている、円孔間の干渉が大きいと考えられる。

*Fig.7, 8, 9* に各材料モデル全体に働く巨視的な相当応力 - 相当ひずみ線図を示す。巨視的な応力に関して、配列角による大きな差は見られないが、 $\theta = 30^\circ$  のモデルでは、巨視的な応力がわずかに低下しているのが認められる。また、円孔のあるモデルが円孔のないものと比べて応力値が 10 %ほど低下することが認められた。ボイドの体積分率が 1.6 %であることを考えると、円孔の分布が材料の性質に与える影響が大きいことがわかる。

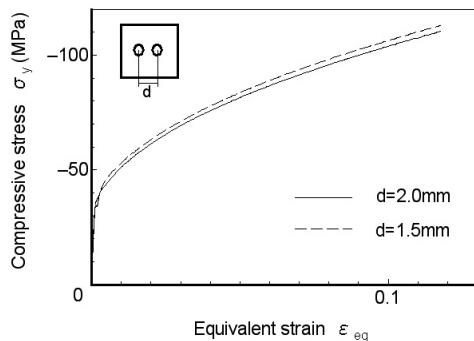


Fig.7 Stress - strain curves ( $\theta = 0^\circ$ )

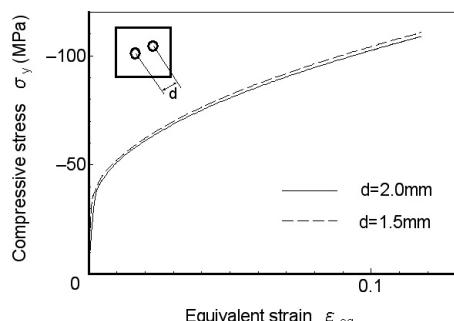


Fig.8 Stress - strain curves ( $\theta = 30^\circ$ )

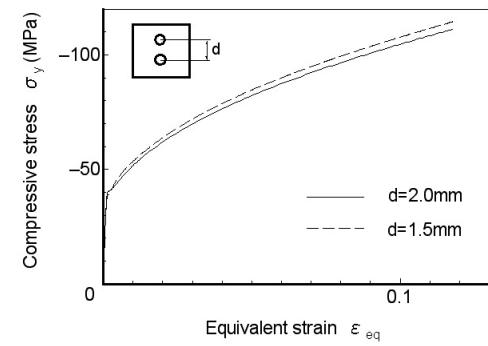
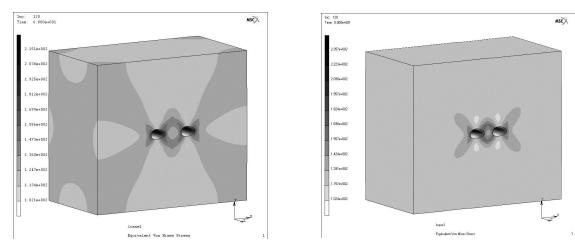


Fig.9 Stress - strain curves ( $\theta = 90^\circ$ )

### 3. 2 段階的2軸圧縮（負荷経路②）

次に、段階的2軸圧縮負荷を与えた場合における解析結果を示す。段階的2軸圧縮は、まず  $y$  軸方向に平面ひずみ圧縮を行い、後に  $x$  軸方向に平面ひずみ圧縮を与えたものである。まず、 $y$  軸方向に圧縮した段階における、 $\theta = 0^\circ, 30^\circ, 90^\circ$  各モデルの相当応力分布を *Fig.10, 11, 12* に示す。単軸圧縮と同様に、モデル材料は、負荷方向に円孔がつぶれ、負荷垂直方向に円孔が伸長しているが、 $x$  軸方向が拘束状態となっているため太鼓状には膨らまずに  $z$  軸方向に膨らんでいることが認められた。また、相当応力分布から、円孔近傍の塑性変形において、円孔相互に干渉していることが認められ、特に  $\theta = 30^\circ$  のモデルでは顕著である。また、円孔配列角による応力分布の違いは単軸圧縮と同様に、 $\theta = 0, 30^\circ$  モデルとともに円孔の干渉が認められる。一方で  $\theta = 90^\circ$  のモデルでは、円孔相互の干渉はそれほど顕著とは言えない。円孔近傍の応力最大値でみると、円孔間距離  $2.0\text{mm}$  の場合、 $\theta = 0^\circ$  のモデルでは  $\sigma_{max} = 215.1\text{MPa}$  であり、 $\theta = 30^\circ$  のモデルでは  $\sigma_{max} = 217.6\text{MPa}$ 、 $\theta = 90^\circ$  のモデルでは  $\sigma_{max} = 194.2\text{MPa}$  であった。円孔間距離  $1.5\text{mm}$  の場合、 $\theta = 0^\circ$  のモデルでは  $\sigma_{max} = 235.7\text{MPa}$  であり、 $\theta = 30^\circ$  のモデルでは  $\sigma_{max} = 239.4\text{MPa}$ 、 $\theta = 90^\circ$  のモデルでは  $\sigma_{max} = 193.3\text{MPa}$  であった。この段階では、円孔間距離による影響があるものの、円孔間距離にかかわらず単軸圧縮の場合と同様の傾向となることが認められた。

次に、 $x$  軸方向への圧縮を与えた最終段階での、相当応力分布を *Fig.13, 14, 15* に示す。



(a)  $d=2.0\text{mm}$

(b)  $d=1.5\text{mm}$

Fig.10 Distribution of equivalent stress  
(biaxial  $\theta = 0^\circ$ )

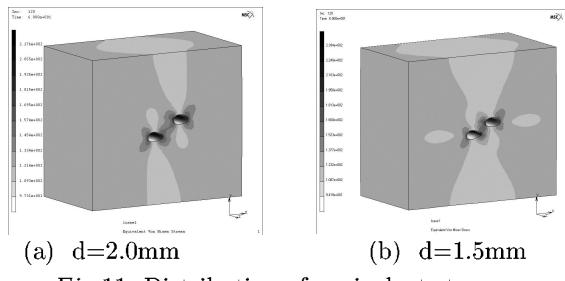


Fig.11 Distribution of equivalent stress  
(biaxial  $\theta = 30^\circ$ )

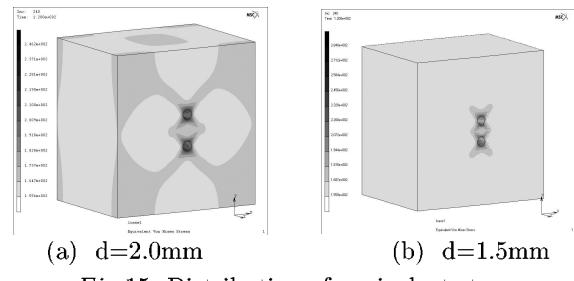


Fig.15 Distribution of equivalent stress  
(biaxial  $\theta = 90^\circ$ )

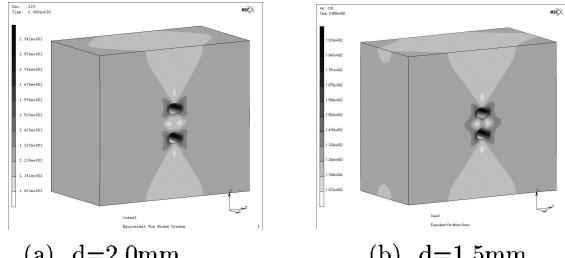


Fig.12 Distribution of equivalent stress  
(biaxial  $\theta = 90^\circ$ )

円孔間距離が  $2.0\text{mm}$  の場合、応力最大値は  $\theta = 0^\circ$  のモデルで  $\sigma_{max} = 232.8\text{MPa}$  を示し、 $\theta = 30^\circ$  のモデルでは  $\sigma_{max} = 235.6\text{MPa}$ 、 $\theta = 90^\circ$  のモデルでは  $\sigma_{max} = 246.2\text{MPa}$  であった。一方、円孔間距離が  $1.5\text{mm}$  の場合、応力最大値は  $\theta = 0^\circ$  のモデルで  $\sigma_{max} = 255.2\text{MPa}$ 、 $\theta = 30^\circ$  のモデルでは  $\sigma_{max} = 264.0\text{MPa}$ 、 $\theta = 90^\circ$  のモデルでは  $\sigma_{max} = 284.0\text{MPa}$  となった。

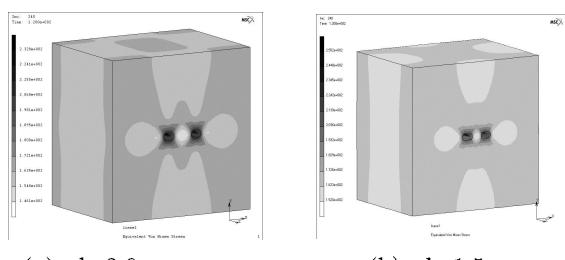


Fig.13 Distribution of equivalent stress  
(biaxial  $\theta = 0^\circ$ )

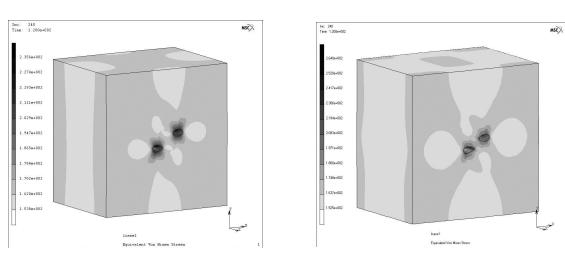


Fig.14 Distribution of equivalent stress  
(biaxial  $\theta = 30^\circ$ )

以上の結果から、平面ひずみを段階的に与える2軸圧縮では、単軸圧縮の場合と異なり、円孔配列角  $\theta = 0^\circ$  と  $\theta = 30^\circ$  のモデルにそれほどの差異が認められなかった。円孔間距離の影響に関しては、円孔間距離  $1.5\text{mm}$  のモデルの方が円孔近傍の応力値が高く、円孔間の距離が近ければ円孔相互の干渉も大きいことが分かった。こうした傾向は、2軸圧縮負荷状態の最終変形段階へ向かうほど顕著である。これは、y軸方向への平面ひずみ圧縮を与えた第一段階での、塑性変形にともなう円孔近傍の加工硬化領域の影響を受けているものと考えられる。

さらに、y軸方向への平面ひずみ圧縮を与えた第一段階で、円孔配列角  $\theta = 90^\circ$  のモデルの最大応力値が最も低かったものが、最終段階では逆に円孔配列角  $\theta = 90^\circ$  のモデルが最も高い値を示した。この結果から、y軸方向への平面ひずみ圧縮の段階では円孔間の干渉が低かったものが、x軸方向への平面ひずみ圧縮へと負荷方向が変わった段階から、負荷方向垂直断面に円孔が並ぶという、円孔相互の干渉が高いモデルへと変化したことによ

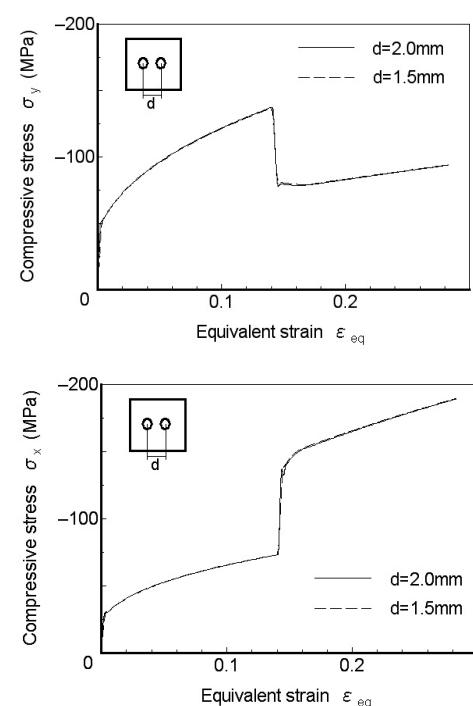


Fig.16 Stress - strain curves ( $\theta = 0^\circ$ )

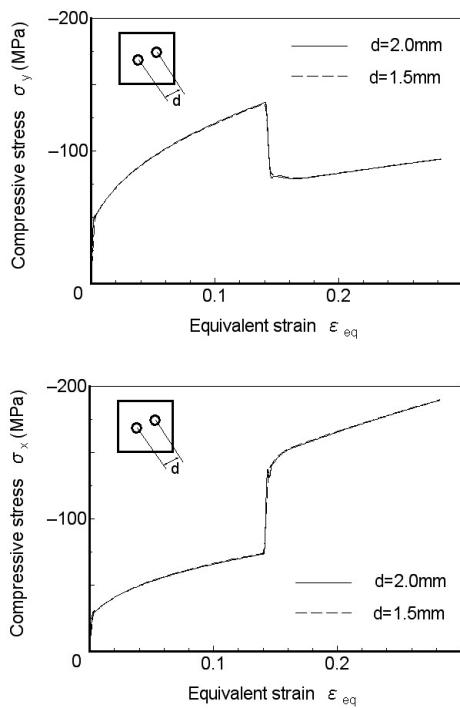


Fig.17 Stress - strain curves ( $\theta = 30^\circ$ )

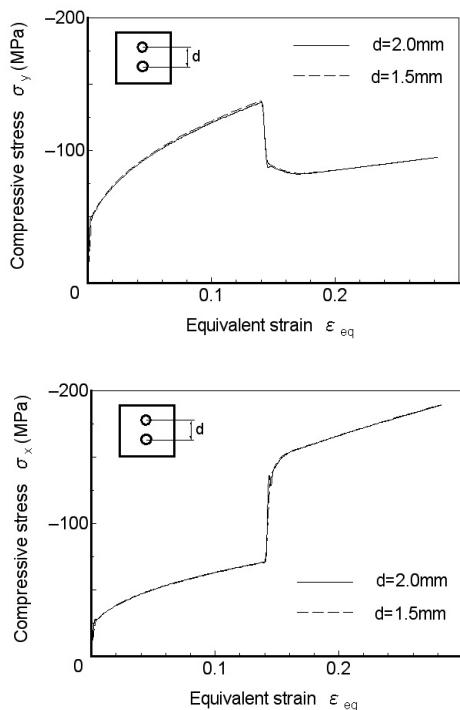


Fig.18 Stress - strain curves ( $\theta = 90^\circ$ )

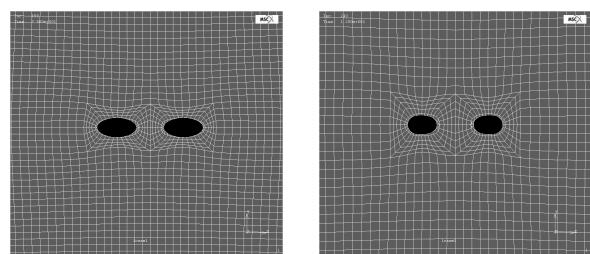
るものと考えられ、加工による加工硬化領域の発達状況とともに、負荷方向も塑性変形挙動に大きく影響を与えることが分かる。

*Fig.16, 17, 18* に、各材料モデル全体に働く巨視的な真応力 - 相当ひずみ線図を示す。単軸圧縮と同様に、 $x \cdot y$  方向の巨視的応力はともに配列角による差異はほとんどない。

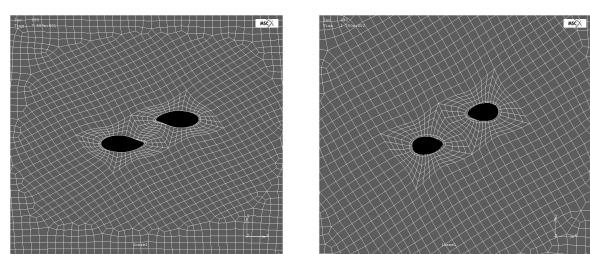
認められないが、y 軸方向から x 軸方向に負荷方向が切り替わる点において、応力の変動がはつきりと現れることがわかる。以上のことから、巨視的には同じ応力が負荷されている場合においても、円孔近傍では、円孔の分布状態によってその形状変形や、応力値に差があり、加工硬化を起こしている領域の発達に影響を与えているものと考えられる。

### 3. 3 負荷経路・配列角の円孔形状変形への影響

ここでは、単軸圧縮・2軸圧縮負荷に伴う円孔形状の変形に関して、その解析結果を示す。Fig.19は、円孔配列角度 $\theta = 0^\circ$ のモデルにおける圧縮変形最終段階での円孔形状である。Fig.20は円孔配列角度 $\theta = 30^\circ$ のモデル、Fig.21は円孔配列角度 $\theta = 90^\circ$ のモデルについての解析結果である。いずれも、円孔間距離1.5mmのモデルに関する結果である。配列角 $\theta = 0^\circ$ では、単軸圧縮、段階的2軸圧縮の場合とともに、荷重垂直断面方向へ伸長しただ円形状となっている。配列角 $\theta = 30^\circ$ のモデルでは単軸圧縮の場合、円孔が隣接する側の領域において非常に円孔間の干渉が強いため、この部分がねじれるように変形していることが分かる。また、2軸圧縮の場合においても、第1段階での平面ひずみ圧縮の影響を受けて、円孔形状は橢円形状になっていないことが認められる。配列角 $\theta = 90^\circ$ のモデルに単軸圧縮を与えた場合、配列角 $\theta = 30^\circ$ のモデルとは異なり、円孔が隣接する側の領域において円孔間の干渉が比較的弱いため、この領域において円孔の変形が小さく、隣接する円孔がない外側の領域が圧縮に伴って大きく変形するため、円孔形状が三角形形状に変化するものと考えられる。



(a) uniaxial (b) biaxial  
*Fig.19 Deformation of void shape*  
 ( d=1.5mm  $\theta = 0^\circ$ )



(a) uniaxial (b) biaxial  
*Fig.20 Deformation of void shape*  
 $(d=1.5\text{ mm}, \theta = 30^\circ)$

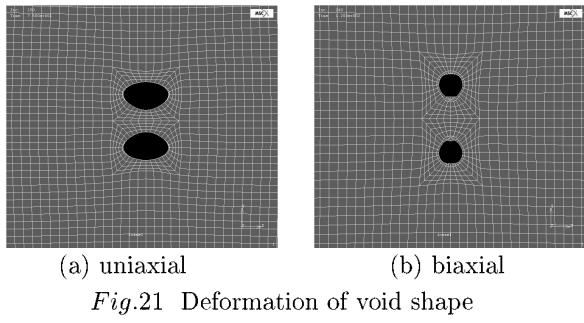


Fig.21 Deformation of void shape  
( $d=1.5\text{mm}$   $\theta = 90^\circ$ )

2軸圧縮負荷の場合では、第2段階での平面ひずみ圧縮において、荷重負荷方向垂直断面に円孔が並ぶ状態になることで、円孔間の相互干渉が大きくなり、形状変形が橿円形状に近い形状になっていることがわかる。こうした結果から、円孔形状の変形は、負荷履歴によって円孔近傍の加工硬化を起こす領域が、どのような分布・発達をしているかが大きく影響していると考えられる。

4. 結 言

本研究において、ボイドを近接して含む延性材料において、異なる負荷経路と2円孔の距離・配列角度を変えて圧縮負荷を与え、応力・ひずみ分布、およびボイド形状の変形について、弾塑性有限要素法解析を行った。負荷経路と2円孔の配列角度により、巨視的な応力レベルは大きな差異がないものの、円孔近傍での応力分布状態が大きく異なり、こうした円孔間の干渉の違い、局所的な応力状態が円孔形状の変形に影響を及ぼしていることが分かった。また、負荷経路によって円孔の成長・変形過程も変化することから、円孔近傍において塑性変形に伴って加工硬化を起こす領域が、負荷履歴によってどのような分布・発達をしているかが、大きく影響していることが認められた。以上の結果から、巨視的には同じ応力レベルであっても、材料内部の欠陥・損傷の分布形態によって、材料内部の変形が異なり、材料特性に影響を与えることになると考えられる。

参考文献

- [1] Viggo Tvergaard : Int. J. of Solids and Structures Vol.18 No.8 (1982), p.659
  - [2] Viggo Tvergaard : J. Mech. Phys. Solids Vol.30 No.4 (1982), p.265
  - [3] Viggo Tvergaard : Computational Mechanics 20(1997), p.186
  - [4] Viggo Tvergaard : Int. J. of Mechanical Sciences 42(2000), p.381
  - [5] Thomas Ørts Pedersen : Computers and Structures 67(1998), p.279
  - [6] Yasuhide Nakayama : Key Engineering Materials Vol.233-236 (2003), p.797
  - [7] John W. Hutchinson : Numerical Solution of Nonlinear Structural Problems 7 (1973), ASME, New York.
  - [8] Viggo Tvergaard : J. of Mech. Phys. Solids Vol.24(1976), p.291.
  - [9] M.Rappaz, M.Bellet and M.Deville : *Numerical Modeling in Materials Science and Engineering* (Translated by R.Snyder, Springer, Germany 2002).
  - [10] 富田佳宏, 数值弹塑性力学, 養賢堂 (1990)