

両側半だ円切欠きをもつ板の引張り

鶴 秀登*・濱中 敬司**

On the Tension of the Plate with Semi-Elliptical Notches

Hideto Tsuru*, Keiji Hamanaka**

Abstract

The finite element method (FEM) is applied to calculate stress concentration factors of the finite plate having semi-elliptical notches under tension. Numerical calculations are done for various combinations of the size and aspect ratio of semi-elliptical notch by using the commercial FEM software MSC. MARC-Mentat. Moreover, the elastic-plastic problems are treated by means of linear workhardening rule. The obtained results of stress concentration factor, stress distribution along the x-axis and plastic zone at the notch root are shown in the figures and tables, so they can be used in design.

1. 緒言

機械や構造物における応力集中現象を知ることは、破壊の起点を求める上で重要である^[1]。また多くの金属材料では、弾性変形後に降伏現象が現れ破壊へといたるため、応力集中現象のみならず降伏による塑性挙動を知ることも重要となる。そのため弾塑性解析を行うことでより良い破損と破壊原因のシミュレーションができ、部材の破損、破壊による事故を防止するのに役立つ。

本研究では、有限要素法 (Finite Element Method) を用いた市販のソフトを使用し、両側半だ円切欠きをもつ有限板の引張り問題について数値解析を行う。使用するFEMソフトは汎用性をもたせているため前処理に多くの手順を必要とし、解析を行うには経験と専門知識が必要となる。また、コンピュータの目覚ましい発達とともに幅広い問題に精度良い結果をもたらすようになってきているので、数値結果の検討を行う専門知識が要求される。そこで、板の両側に半だ円切欠きを有する有限板の引張り問題を弾塑性問題として取り扱う中で、FEMソフトを利用するための専門知識を学ぶとともに、データの取り方、数値結果の精度、結果のまとめ方なども学ぶ。

具体的には、半だ円切欠きの大きさとアスペクト比を種々変化させ、切欠き縁に生じる荷重方向最大引張応力に着目し破損の一次因子となる最大応力に

ついて結果をまとめた。そして応力集中係数への半だ円切欠きの大きさとアスペクト比の影響について検討した。なお応力場を知るために切欠き底の応力分布についても示した。さらに降伏後の切欠き底の塑性域の広がりについて計算を行い、中央にだ円孔を有する有限板の引張り問題と比較検討した。

2. 解析条件

Fig.1に示す両側に半だ円切欠き (だ円の形状長径2a, 短径2b) を有する有限板 (板幅2W, 長さ2L) の引張り問題を取り扱った。半だ円形のアスペクト比b/aと半だ円切欠きの大きさと板幅の比a/Wを種々変化させて応力集中係数と降伏域への影響について検討した。なお数値解析は問題の対称性から1/4の領域 (Fig.2) で取扱い、市販の汎用解析ソフトMSC.MARC-Mentatを用いて行った。数値計算は、Fig.3に示す弾硬化塑性体 (加工硬化率 $H/E=0.1$) で、ポアソン比 $\nu=0.3$ 、初期降伏応力 $\sigma_s=196\text{MPa}$ 、初期降伏ひずみ $\varepsilon_s=0.001$ (縦弾性係数 $E=196000\text{MPa}$) の特性をもつ薄い板 (平面応力問題) として行った^[2]。また結果の整理には次式で示される2つの応力集中係数を用いた。ここで σ_0 は端面一様引張応力である。

$$K_t = \frac{(\sigma_y)_{\max}}{\sigma_0} \quad \dots (1)$$

* 電子機械工学科

** 専攻科生産システム工学専攻

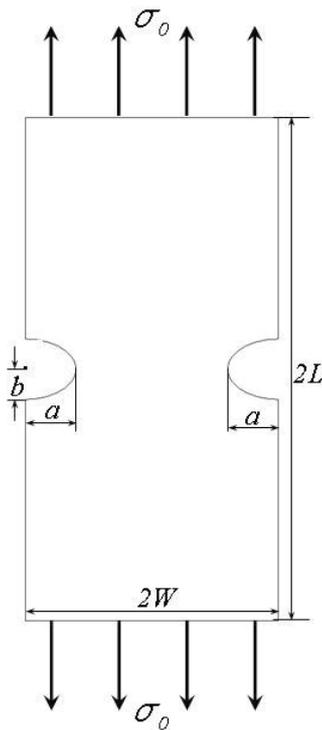


Fig.1 Plate with semi-elliptical notches

$$K'_t = \frac{(\sigma_y)_{max}}{\sigma'_0} \quad \left(\sigma'_0 = \frac{W}{W-a} \cdot \sigma_0 \right) \quad \dots (2)$$

3. 数値計算と結果の検討

3. 1 要素分割と解の安定性

まず要素分割と解の安定性についての検討を行うためにFig.2に示す形状比 ($a/W=0.4, b/a=0.6$) について、要素分割数を種々変化させ、数値計算を行った。まず1/4切欠き縁の分割数と K_t の関係をTable 1に示す。このとき切欠き底の断面 (リガメント) の分割数は、メッシュサイズを不等分割の100分割一定として行った。1/4切欠き縁分割数40程度で安定した結果が得られることがわかる。

次に切欠き底の断面 (リガメント) の分割数についても検討した。その結果をTable 2に示す。ここで1/4切欠き縁の分割数は80分割で一定とした。切欠き最小断面の分割数50程度で安定した結果が得られることがわかる。

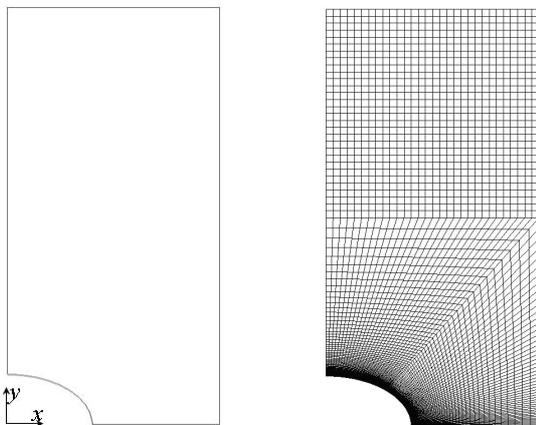
以後の計算は切欠き縁の分割数80分割、切欠き底の断面の分割数100分割を基準として解析を行った。

Table 1 K_t for various numbers of division along the notch edge (divide a regament into 100, $a/W=0.4, b/a=0.6$)

1/4切欠き縁分割数	10	20	40	80	160
K_t	4.33	4.49	4.53	4.55	4.55

Table 2 K_t for various numbers of division of regament (divide a notch edge into 80, $a/W=0.4, b/a=0.6$)

切欠き底の断面分割数	50	100	150	200
K_t	4.53	4.55	4.55	4.55



(a) 1/4 region (b) Mesh pattern($a/W=0.4, b/a=0.6$)

Fig.2 Analysis model

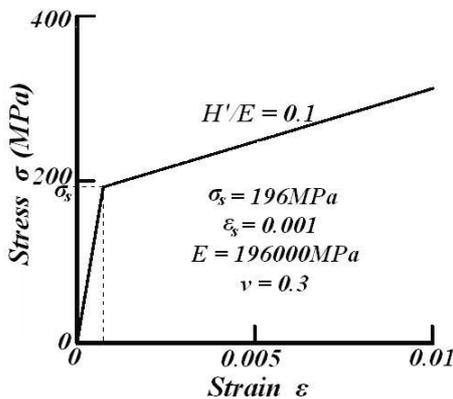


Fig.3 Material properties

3. 2 切欠き底の応力分布

Fig.4~Fig.9に切欠き最小断面に生じる荷重方向応力 σ_y の分布を示す。半だ円切欠きの大きさと板幅の比 a/W ごとに、横軸にFig.2の座標を用いた位置の比 x/W を取り、縦軸は無次元応力 σ_y/σ_0 で示す。切欠き底の応力分布の結果より、切欠き底から離れるにつれ急激に応力が低下し、板中央付近ではだ円の形状比 b/a に無関係に一定の値を取り、その値は公称応力 σ_0 より当然小さくなる。これらの傾向は、両側切欠きにおいては切欠き深さが浅くない場合でも示された。すなわち両側切欠きでは切欠き底の最大応力が重要であることがわかる。

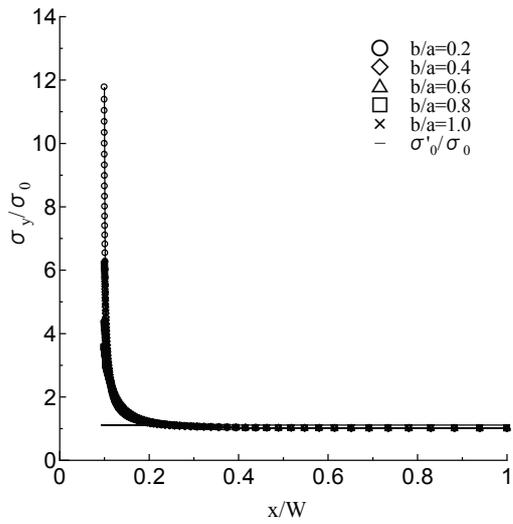


Fig.4 Stress distribution on the x-axis ($a/W=0.10$)

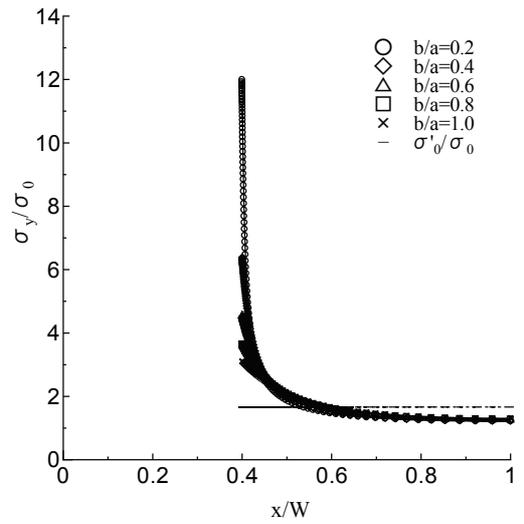


Fig.7 Stress distribution on the x-axis ($a/W=0.40$)

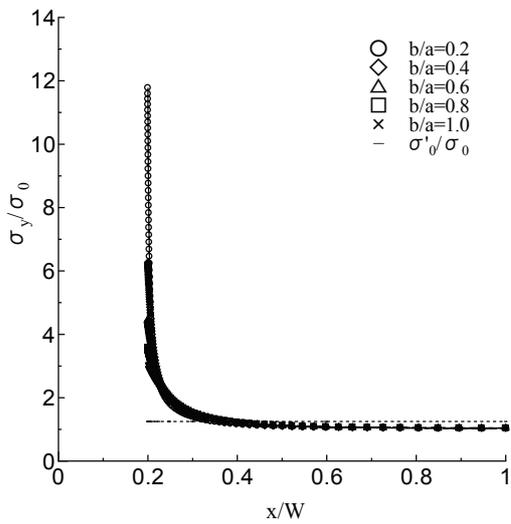


Fig.5 Stress distribution on the x-axis ($a/W=0.20$)

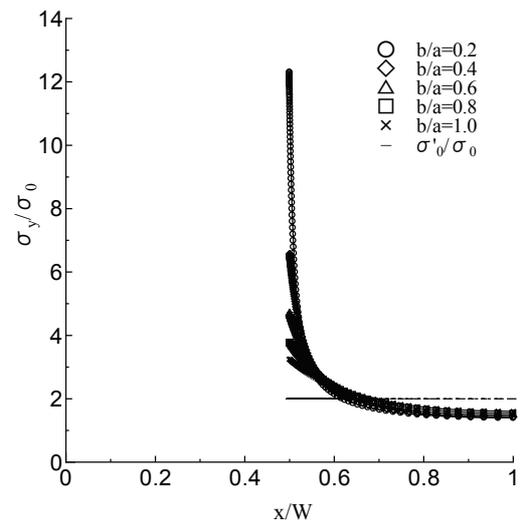


Fig.8 Stress distribution on the x-axis ($a/W=0.50$)

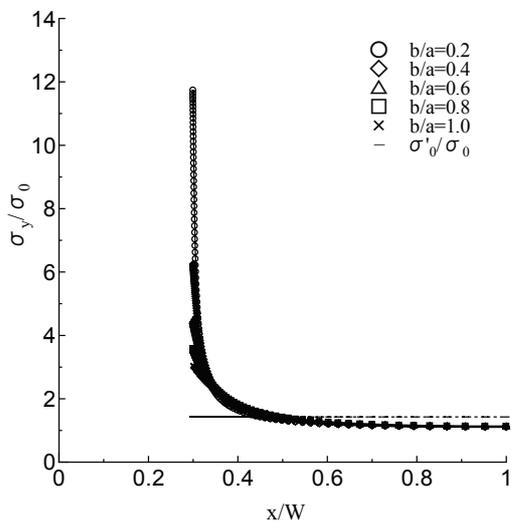


Fig.6 Stress distribution on the x-axis ($a/W=0.30$)

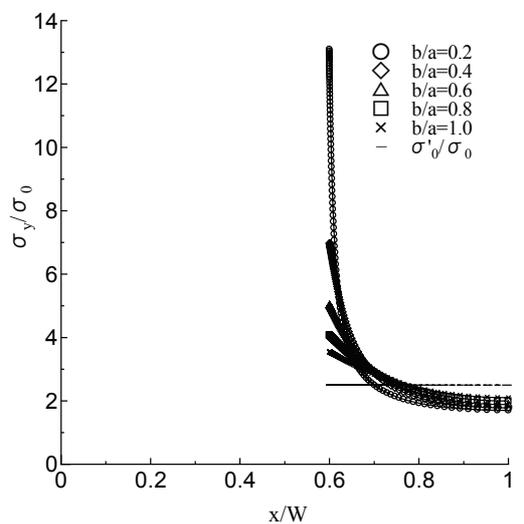


Fig.9 Stress distribution on the x-axis ($a/W=0.60$)

3. 3 応力集中係数

Fig.10, Fig.11に両側半だ円切欠きをもつ有限板の応力集中係数を式 (2) の表示 K_t' で示す。

Fig.10は横軸に半だ円切欠きの大きさと板幅の比 a/W を取り, 半だ円形のアスペクト比 b/a をパラメータとして示す. なお, a/W が限りなく小さくなる極限では半だ円切欠き同士の相互干渉がなくなり, 半だ円切欠きをもつ半無限板の引張問題となる.^[3] その結果に本計算を点線で延長し, 本計算結果が極限の結果に無理なく延長できることを示した. これらの結果を見ると K_t' は a/W とほぼ直線関係をもつようである.

Fig.11は横軸に半だ円形のアスペクト比 b/a を取り, 半だ円切欠きの大きさと板幅の比 a/W をパラメータとして示す. 半だ円形のアスペクト比 b/a が小さくなるほど, すなわち鋭い切欠きになれば K_t' が急激に大きくなるのがわかる.

次に, 両側半だ円切欠きと中央だ円孔をもつ有限板の応力集中係数 K_t を比較した. Fig.12に横軸にだ円形状のアスペクト比 b/a を取り, だ円形状の大きさと板幅の比 a/W をパラメータとして示す. なお, それぞれの数値結果をTable 3, Table 4に示す. また, 両側切欠きの応力集中係数 ($K_t'_{Notch}$) と中央だ円孔のそれ ($K_t'_{Hole}$) の比をTable 5に示す.

これらの結果より板幅に対して切欠き形状が小さい場合, 両側半だ円切欠きの方が中央だ円孔より応力集中が大きい, 板幅に対して切欠きが大きくなると中央だ円孔の方が両側切欠きより応力集中が大きくなる. なお円孔に近づくほど中央のだ円孔の方が応力集中係数は大きくなり, 計算した範囲では最大で25%程度の差が生じた. また板幅に対する切欠きの大きさが同じでもだ円形状によって応力集中の程度が異なってくるのがわかる.

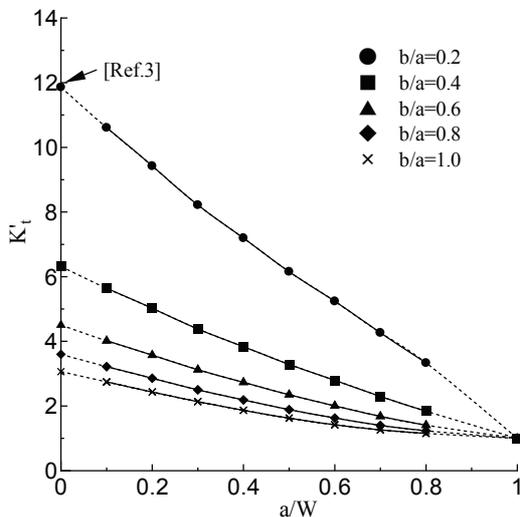


Fig.10 Stress concentration factor K_t'

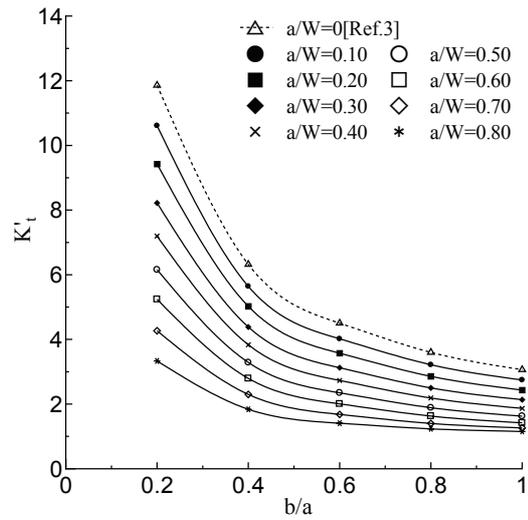


Fig.11 Stress concentration factor K_t'

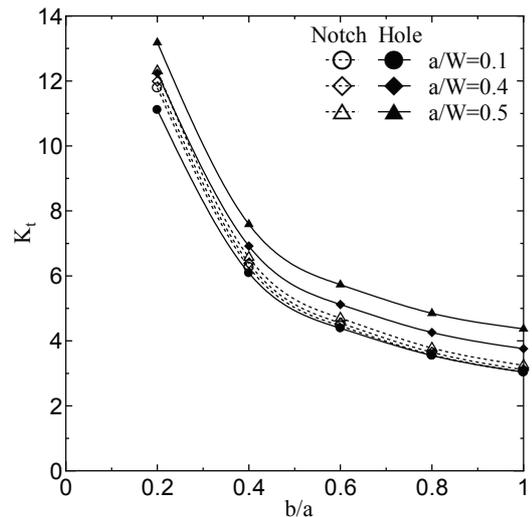


Fig.12 K_t for semi-elliptical notches and elliptical hole

Table 3 K_t for semi-elliptical notches ($K_t'_{Notch}$)

a/W	孔径比				
	b/a=0.2	b/a=0.4	b/a=0.6	b/a=0.8	b/a=1.0
0.1	11.79	6.27	4.46	3.57	3.05
0.2	11.78	6.28	4.47	3.57	3.04
0.3	11.74	6.26	4.46	3.57	3.05
0.4	11.99	6.39	4.55	3.65	3.11
0.5	12.31	6.57	4.70	3.78	3.25

Table 4 K_t for elliptical hole (K_t)_{Hole}

a/W	孔径比				
	b/a=0.2	b/a=0.4	b/a=0.6	b/a=0.8	b/a=1.0
0.1	11.11	6.09	4.39	3.55	3.04
0.2	11.26	6.21	4.51	3.66	3.16
0.3	11.62	6.48	4.74	3.88	3.38
0.4	12.24	6.92	5.12	4.26	3.76
0.5	13.18	7.59	5.73	4.85	4.37

Table 5 (K_t)_{Notch} / (K_t)_{Hole}

a/W	孔径比				
	b/a=0.2	b/a=0.4	b/a=0.6	b/a=0.8	b/a=1.0
0.1	1.061	1.029	1.017	1.007	1.004
0.2	1.046	1.011	0.990	0.976	0.962
0.3	1.010	0.966	0.942	0.921	0.903
0.4	0.980	0.924	0.889	0.856	0.828
0.5	0.934	0.866	0.820	0.779	0.744

3. 4 切欠き底の塑性降伏域

Fig.13~18に両側半だ円切欠きと中央だ円孔の切欠き底に生じる塑性降伏域を比較して示す。各降伏域は、 $\sigma_0/\sigma_s = 0.25, 0.35, 0.5, 0.75$ の応力負荷時の結果で、降伏域が有限板の側面に達した場合にはその結果を省いている。なお降伏の条件としては、von-Misesの降伏条件を適用し、ひずみ増分理論^{[4],[5]}に基づいて降伏域を求めた。負荷が小さい場合、応力集中係数に対応するように降伏域が生じ、その大

きさも異なるが、負荷レベルが高くなるとだ円形状のアスペクト比や両側切欠きと中央だ円孔でその降伏域に大きな違いが認められる。このことから最大応力だけで破損が議論できないことがわかる。

4. 結 言

両側半だ円切欠きを有する有限板の一樣引張り問題における応力集中現象と塑性降伏域の広がりを用いたFEMソフト(MSC. MARC - Mentat)を用いて解析した。そして破損の一次因子となる孔縁の最大引張応力についてまとめ、応力集中係数へのだ円孔の大きさや形状比の影響について調べた。さらに、両側半だ円切欠きと中央だ円孔の問題について応力集中係数と塑性降伏域について比較・検討した。得られた結果を以下に示す。

- ・切欠き底の応力分布については、切欠き底から離れるにつれ急激に応力が低下し、切欠き形状比 b/a に無関係となるようである。そして板中央で一定となり、その値は公称応力 σ_0 より当然小さい。
- ・応力集中係数はだ円形状比 b/a ごとに切欠き深さと板幅の比 a/W にほぼ比例する。そして b/a が小さくなるほど、すなわち鋭い切欠きになれば K_t が急激に大きくなる。さらに、応力集中係数を中央だ円孔の結果と比較すると、 a/W が大きくなるにつれ、また円孔に近づくほど中央のだ円孔の方が応力集中係数は大きくなり、計算した範囲では最大25%程度の差が生じた。
- ・塑性降伏域については、小さい負荷では応力集中



(a) $b/a=0.6$



(a) $b/a=0.6$



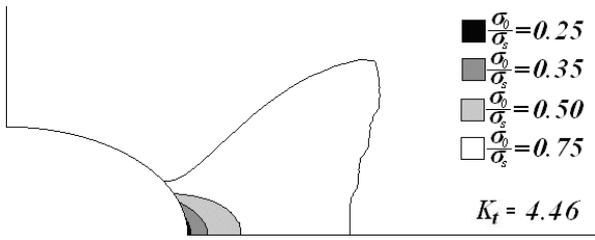
(b) $b/a=1.0$



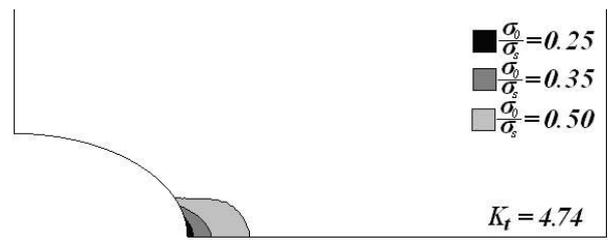
(b) $b/a=1.0$

Fig.13 Plastic zone of semi-elliptical notches ($a/W=0.10$)

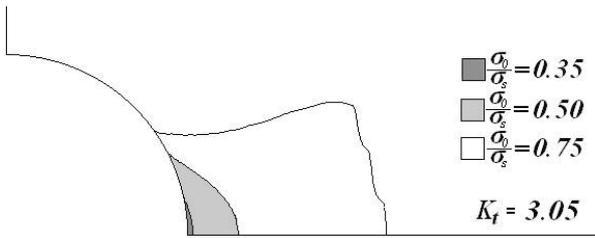
Fig.14 Plastic zone of elliptical hole ($a/W=0.10$)



(a) $b/a=0.6$



(a) $b/a=0.6$



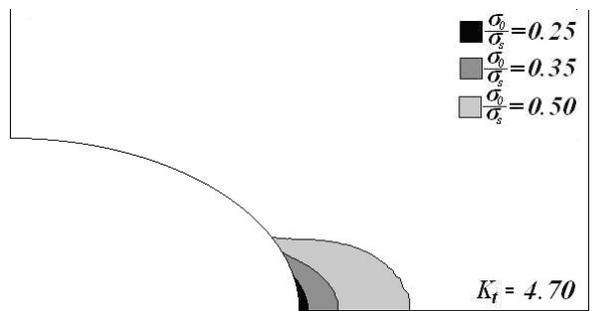
(b) $b/a=1.0$



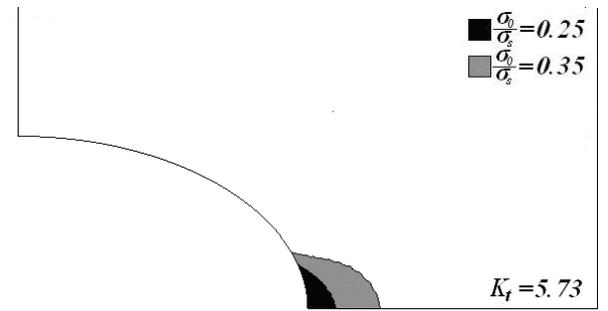
(b) $b/a=1.0$

Fig.15 Plastic zone of semi-elliptical notches ($a/W=0.30$)

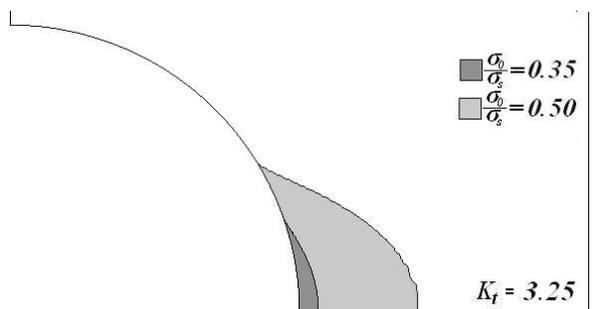
Fig.16 Plastic zone of elliptical hole ($a/W=0.30$)



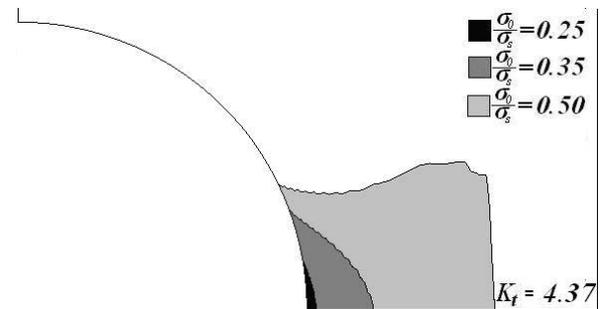
(a) $b/a=0.6$



(a) $b/a=0.6$



(b) $b/a=1.0$



(b) $b/a=1.0$

Fig.17 Plastic zone of semi-elliptical notches ($a/W=0.50$)

Fig.18 Plastic zone of elliptical hole ($a/W=0.50$)

係数に対応するように切欠き底の降伏域が現れてくるが、負荷レベルが高くなるとだ円形状や両側または中央の切欠きによって降伏域に大きな違いが生じ、最大応力だけでは破損が論じられないことが示された。

参考文献

- [1] 西谷：日本機械学会論文集 (A編)，48巻，44号，PP.1353～1359，(昭58-11)。
- [2] 西谷，野口：日本機械学会論文集 (A編)，51巻，46号，PP.1717～1725，(昭60-7)。
- [3] Nisitani : Preprint of JSME, No.700-2 (1970), 105.
- [4] 西谷，陳：日本機械学会論文集 (A編)，51巻，465号，PP.1471～1476，(昭60-5)。
- [5] 吉田：弾塑性力学の基礎 (共立出版) (1997-5)。