

# 両側円筒状切欠きをもつ中実丸棒の引張り

鶴 秀登\*・金本 健児\*\*・小丸 維斗\*\*\*

## Cylindrical Bar with Partially Cylindrical Notches on Both Sides Under Tension

Hideto Tsuru\*, Kenji Kanemoto\*\* and Yuito Komaru\*\*\*

### Abstract

The problems of stress concentration in the case of cylindrical bar with partially cylindrical notches on both sides under uniform tension are analyzed by the FEM. Numerical calculations are done for various combinations of the curvature and the depth of notches. The stress distributions along the bottom of notch and from the bottom to the center of minimum cross section are shown in figures. As a result of the systematic calculation, it is found that the maximum stress occurs at the bottom of notch. The results of these calculations are illustrated in charts so they can be used in design.

### 1. 緒言

機械や構造物において負荷時の部材の無理な変形や破損は避けなければならない問題である。この変形や破損は材料の剛性と強度を知ることによって予防でき、部材破損による事故などを防ぐことができる。材料の強度を知るために多種多様な実験が行われているが、多くの経費と時間、実験装置が必要となる。そこで有限要素法 (Finite Element Method) を用いた解析ソフトによるシミュレーション技術が広く普及し、実験解析結果をシミュレーションに利用することでより効率の良い強度評価を得ることができるようになってきた。

本研究では、両側円筒状切欠きをもつ中実丸棒の引張りにおける応力集中問題を市販のプリポストプロセッサとソルバーを用いてFEM解析した。そのことによってソフトの利用技術の習得と、構造物の応力集中現象の理解、さらに解析経験の機会を多くもつことで強度評価周辺の工学的知識を高めることも目的とした。なお、応力集中現象は構造物の破壊防止の観点から大変重要なことである<sup>[1][2]</sup>。

具体的には、両側円筒状切欠きをもつ中実丸棒の引張りにおける応力集中現象を取り扱い、破損の一次因子となる荷重方向最大引張応力についてまとめ、応力集中係数への切欠き深さと切欠き半径の影響を調べた。なお最大応力が生じる位置を知るために円筒状切欠き軸方向と切欠き最深部を結ぶ方向

の応力分布についても検討した。さらに、片側円筒状切欠きをもつ中実丸棒の応力分布、応力集中係数とも比較した。

### 2. 数値解析

Fig.1に示すような両側に部分円筒状切欠き (切欠き半径  $\rho$ , 最大切欠き深さ  $h$ , なお円筒状切欠きの軸方向は丸棒に直交する) を有する直径  $D$ , 長さ  $L$  の中実丸棒が、その長手方向に一様引張り応力  $\sigma_0$  を受ける問題を取り扱った。具体的な数値は  $D=100\text{mm}$ ,  $L=200\text{mm}$  とし、切欠き半径  $\rho$  と切欠き深さ  $h$  を種々変化させて応力分布と応力集中係数への影響を検討した。数値計算上、材料の縦弾性係数  $E=206 \times 10^3 \text{ (N/mm}^2\text{)}$ , ポアソン比  $\nu=0.3$  とした。なお、弾性応力問題とし、切欠きによる丸棒の最小断面に生じる荷重方向の垂直応力  $\sigma_z$  のみを取り扱った。また、数値計算はその対称性から丸棒全体の  $1/8$  の領域で行い (Fig.2), 市販のプリポストプロセッサ MSC.Patran とソルバー MSC.Nastran の四面体要素, 10 節点を用いて行った。解析結果は次式の応力集中係数で整理した。

$$\alpha = \frac{(\sigma_z)_{\max}}{\sigma_0} \dots (1)$$

\* 電子機械工学科

\*\* 岡山大学大学院自然科学研究科

\*\*\* 専攻科生産システム工学専攻

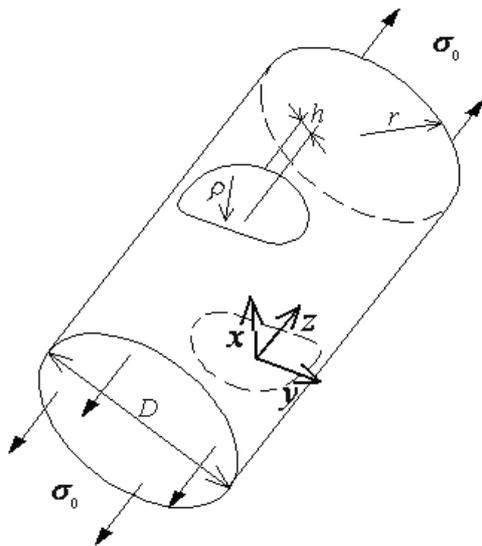


Fig.1 両側円筒状切欠きをもつ丸棒の引張り

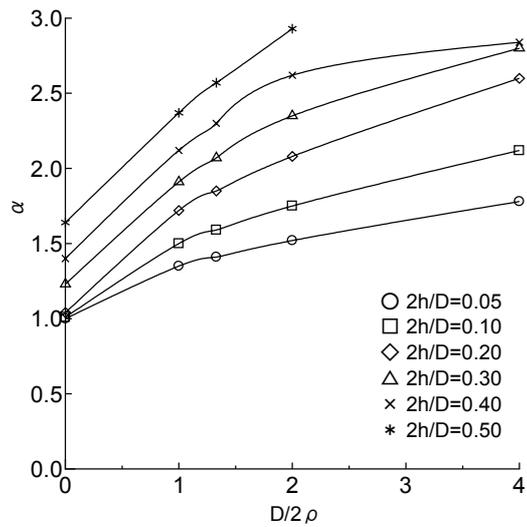


Fig.3 精度評価 ( $\alpha$ と $D/2\rho$ の関係)

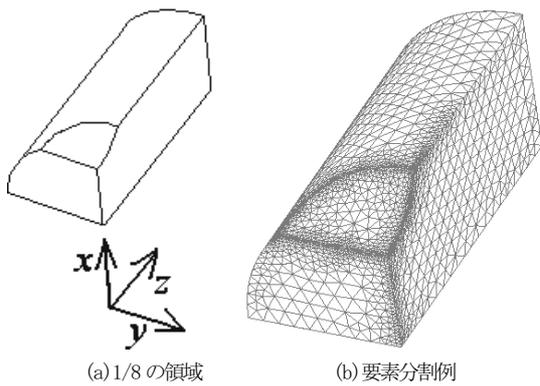


Fig.2 解析領域

Table 1 両側円筒状切欠きを有する中実丸棒の要素分割数

2h/D	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
切欠き底	30	40	50	60	70
深さ	50	40	30	20	20

### 3. 数値計算と結果の検討

#### 3.1 解析精度および要素分割

解析精度を確かめるため、切欠き半径  $\rho$  が非常に大きくなった極限 ( $\rho \rightarrow \infty$ ) の場合をプロットできるように、横軸に丸棒半径  $D/2$  と切欠き半径  $\rho$  の比  $D/2\rho$  を取り、縦軸に応力集中係数  $\alpha$  を取って Fig.3 に示す。図から  $D/2\rho = 0$  の極限値の結果 (理論値) と FEM による数値結果が無理なく滑らかな曲線になっていることがわかる。このことから、この数値解析結果の精度が良好であると推定できる。なおこれらの計算から、本計算における要素分割は Table 1 に示すような分割数を用い、円筒切欠き軸方向 (切欠き底) と両側切欠きの最深部を結ぶ方向 (切欠き中央線) の要素サイズが一定になるようにした (Fig.2)。ただし、円筒状切欠き半径  $\rho$  の変化に対して要素サイズはほぼ一定とした。

#### 3.2 切欠き底の応力分布

Fig.1, 2 に示すように座標の原点を切欠きの中央で丸棒表面に位置するように置き、丸棒の最小断面に生じる荷重方向応力  $\sigma_z$  について、円筒状切欠き軸方向 (切欠き底) と両側切欠きの最深部を結ぶ方向 (切欠き中央線) の応力分布について検討した。Fig.4~Fig.8 に切欠き深さ比  $2h/D$  ごとに横軸に切欠き最深部からの位置の比  $y/D$  と切欠き中央線上の位置を示す比  $(x-h)/D$  を取り、縦軸に無次元応力  $\sigma_z/\sigma_0$  を取って示す。切欠き底の応力分布は、切欠き最深部から離れるにつれ緩やかに応力が低下しているのがわかる。それに対し切欠き底中央線上の応力分布は、表面から深さ方向へ急激に応力が低下し、丸棒中心部近くの一様応力場に近づいている。このことは、丸棒の最小断面積が大きいほど、すなわち切欠き深さ比が小さいほど顕著にでている。そして、各深さ比  $2h/D$  ごとに切欠き半径比  $2\rho/D$  が小さいほど応力分布の変化が大きいことがわかる。なお、切欠き深さ比  $2h/D$  が大きくなると切欠き半径比  $2\rho/D$  が小さい場合半円筒状より大きく切欠くことになるのでその形状は避けている。

次に Fig.9~Fig.14 に両側円筒状切欠きをもつ丸棒と片側円筒状切欠きをもつ丸棒の応力分布を比較し

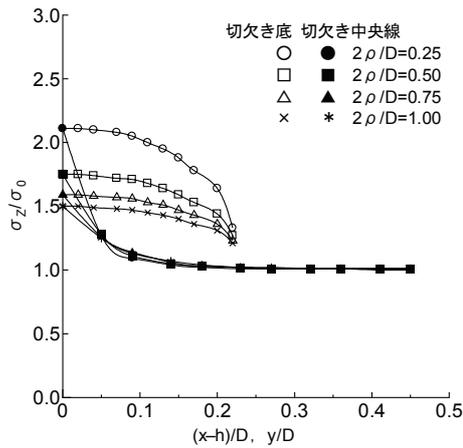


Fig.4 切欠き底と切欠き中央線の応力  $\sigma_z$  の分布 (切欠き深さ比  $2h/D=0.10$ )

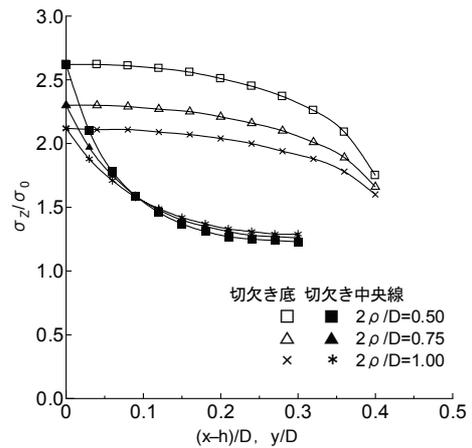


Fig.7 切欠き底と切欠き中央線の応力  $\sigma_z$  の分布 (切欠き深さ比  $2h/D=0.40$ )

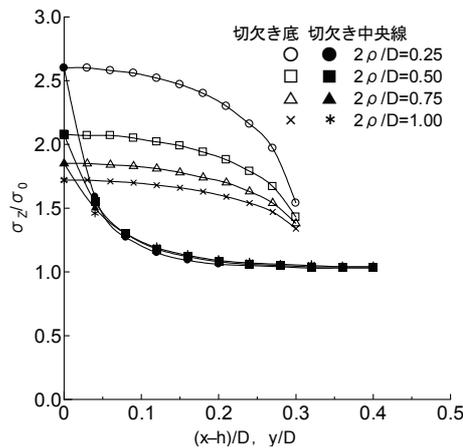


Fig.5 切欠き底と切欠き中央線の応力  $\sigma_z$  の分布 (切欠き深さ比  $2h/D=0.20$ )

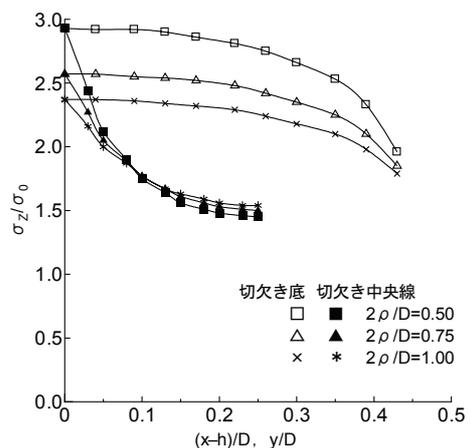


Fig.8 切欠き底と切欠き中央線の応力  $\sigma_z$  の分布 (切欠き深さ比  $2h/D=0.50$ )

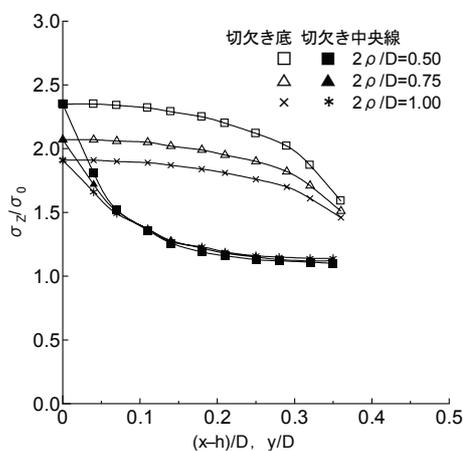


Fig.6 切欠き底と切欠き中央線の応力  $\sigma_z$  の分布 (切欠き深さ比  $2h/D=0.30$ )

て示す。切欠き半径比  $2\rho/D=0.50, 1.00$  とし、切欠きの深さ比  $h/D=0.05\sim 0.15$  で計算した。なおこの範囲の深さ比は、後に示す応力集中係数で両側切欠きと片側切欠きに差が生じ始めた範囲である。横軸に切欠き最深部からの位置の比  $y/D$  と切欠き中央線上の位置を示す比  $(x-h)/D$  を取り、縦軸に無次元応力  $\sigma_z/\sigma_0$  を取った。図から切欠き半径比  $2\rho/D=0.50, 1.00$  共に、切欠き深さ比  $h/D=0.05$  の浅い切欠きでは切欠き底と切欠き中央線の応力分布は両側と片側切欠きでほぼ同じ曲線を描いているが、やや深くなると差が生じている。また、切欠き底の応力分布は最大応力の差だけで、分布曲線はほぼ同じである。切欠き中央線の応力分布は、非対称性の影響から切欠き半径比  $2\rho/D$  が大きいほど急激に低下する。

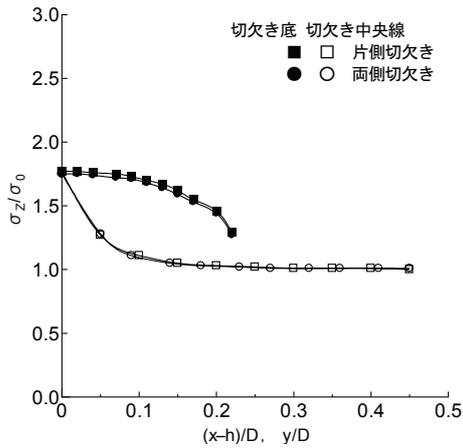


Fig.9 切欠き底と切欠き中央線の応力  $\sigma_z$  の分布 (切欠き半径比  $2\rho/D=0.50$ , 切欠き深さ比  $h/D=0.05$ )

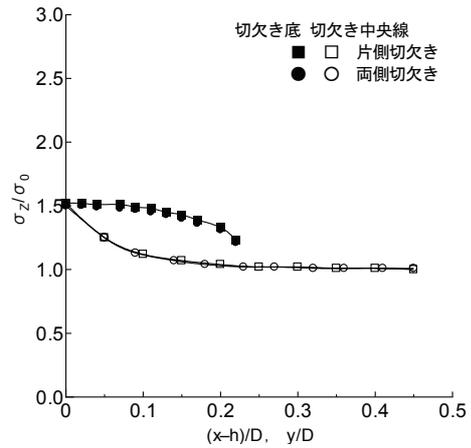


Fig.12 切欠き底と切欠き中央線の応力  $\sigma_z$  の分布 (切欠き半径比  $2\rho/D=1.00$ , 切欠き深さ比  $h/D=0.05$ )

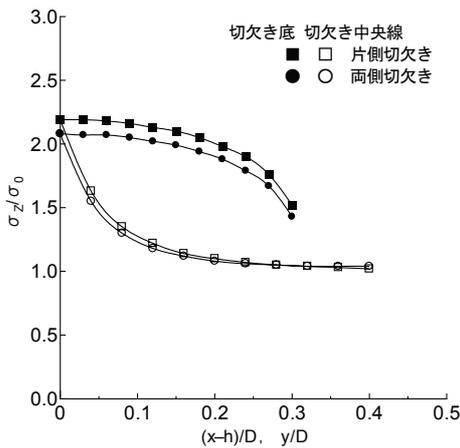


Fig.10 切欠き底と切欠き中央線の応力  $\sigma_z$  の分布 (切欠き半径比  $2\rho/D=0.50$ , 切欠き深さ比  $h/D=0.10$ )

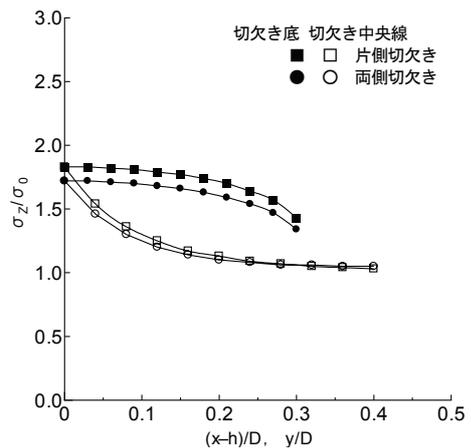


Fig.13 切欠き底と切欠き中央線の応力  $\sigma_z$  の分布 (切欠き半径比  $2\rho/D=1.00$ , 切欠き深さ比  $h/D=0.10$ )

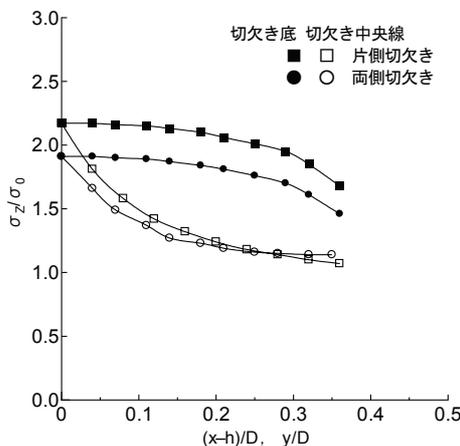


Fig.11 切欠き底と切欠き中央線の応力  $\sigma_z$  の分布 (切欠き半径比  $2\rho/D=0.50$ , 切欠き深さ比  $h/D=0.15$ )

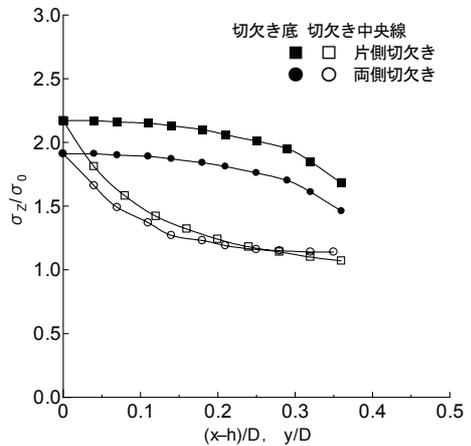


Fig.14 切欠き底と切欠き中央線の応力  $\sigma_z$  の分布 (切欠き半径比  $2\rho/D=1.00$ , 切欠き深さ比  $h/D=0.15$ )

### 3. 3 応力集中係数

Fig.15, Fig.16に両側切欠きをもつ丸棒の最小断面における荷重方向応力 $\sigma_z$ の最大値を式(1)の応力集中係数 $\alpha$ で示す. そして, その数値結果をTable 2, Table 3に示した.

Fig.15は横軸に切欠き深さ比 $2h/D$ を取り, 切欠き半径比 $2\rho/D$ をパラメータとして示す. 深さ比 $2h/D=0.1$ 以上では各切欠き半径比 $2\rho/D$ ごとに切欠き深さ比 $2h/D$ にほぼ比例して大きくなっていることがわかる. なお,  $2\rho/D=\infty$ の極限の場合を理論計算し図中に示した.

Fig.16は横軸に切欠き半径比 $2\rho/D$ を取り, 切欠き深さ比 $2h/D$ をパラメータとして示す. 切欠き半径比 $2\rho/D$ が大きくなるほど $\alpha$ の変化が小さく, また $2\rho/D$ が小さいほど $\alpha$ は急激に大きくなることわかる.

次に, 両側円筒状切欠きをもつ丸棒と片側円筒状切欠きをもつ丸棒の応力集中係数 $\alpha$ を比較しFig.17

Table 2  $\alpha$ と切欠き深さ比 $2h/D$ の関係 (両側切欠き)

$\alpha$	切欠き半径比 $2\rho/D$			
	0.25	0.50	0.75	1.00
2h/D	0.25	0.50	0.75	1.00
0.00	1.00	1.00	1.00	1.00
0.10	2.12	1.75	1.59	1.50
0.20	2.60	2.08	1.85	1.72
0.30		2.35	2.07	1.91
0.40		2.62	2.30	2.12
0.50		2.93	2.57	2.37

Table 3  $\alpha$ と切欠き半径 $2\rho/D$ の関係 (両側切欠き)

$\alpha$	切欠き深さ比 $2h/D$				
	0.1	0.20	0.30	0.40	0.50
$2\rho/D$	0.1	0.20	0.30	0.40	0.50
0.25	2.12	2.60			
0.50	1.75	2.08	2.35	2.62	2.93
0.75	1.59	1.85	2.07	2.30	2.57
1.00	1.50	1.72	1.91	2.12	2.37

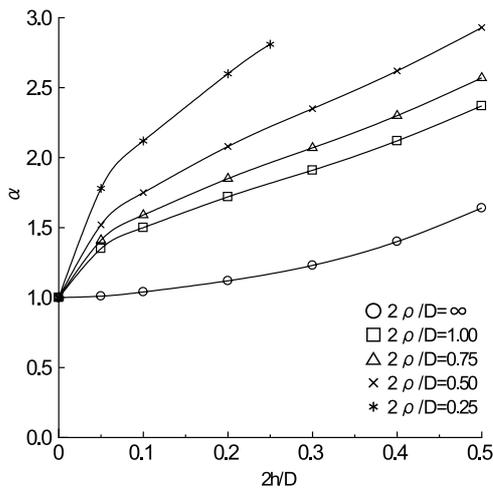


Fig.15 応力集中係数 $\alpha$

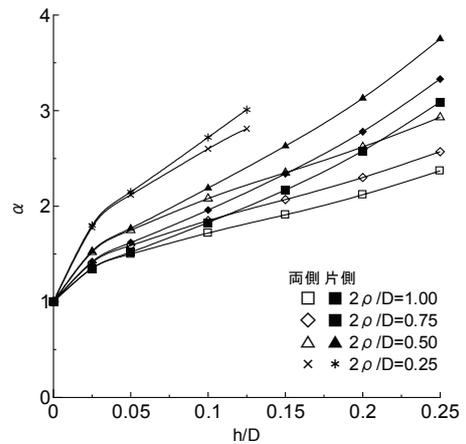


Fig.17 両側切欠きと片側切欠きの $\alpha$ の比較

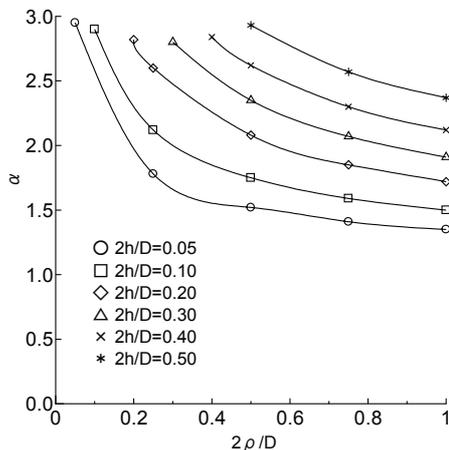


Fig.16 応力集中係数 $\alpha$

に示す. 横軸に切欠き深さ比 $h/D$ を取り, 切欠き半径比 $2\rho/D$ をパラメータとした. なお, 片側切欠きをもつ丸棒の数値結果はTable 4に示す.

切欠き深さ比  $h/D=0.0\sim 0.05$ までの切欠きが浅い場合は, 両側切欠き, 片側切欠き共に同じ形状では差はあまり生じず, 両側切欠きの干渉が無いことがわかる. しかし, 切欠き深さ比 $h/D=0.05$ を超えると片側切欠きをもつ丸棒の非対称性の影響が大きくなり差が生じ始め, 曲率半径が大きいほどより大きな違いを生じている. その差は切欠き半径比 $2\rho/D=1.00$ , 切欠き深さ比 $h/D=0.25$ の場合で約30%である.

Table 4  $\alpha$ と切欠き深さ比 $h/D$ の関係 (片側切欠き)

$\alpha$	切欠き半径比 $2\rho/D$			
	0.25	0.50	0.75	1.00
0.00	1.00	1.00	1.00	1.00
0.05	2.15	1.77	1.62	1.52
0.10	2.72	2.19	1.96	1.83
0.15		2.63	2.34	2.17
0.20		3.13	2.78	2.58
0.25		3.75	3.33	3.09

#### 4. 結 言

円筒状切欠きをもつ中実丸棒の一樣引張り問題における応力集中現象を市販のFEMソフト(MSC.Patran, MSC.Nastran)を用いて数値解析した。そして破損の一次因子となる荷重方向最大引張応力についてまとめ、応力集中係数への切欠き半径の大きさと切欠き深さの影響を調べた。また、両側に切欠きがある場合と片側に切欠きがある場合についても比較・検討した。得られた結果を以下に示す。

- ・切欠き底の応力分布は、切欠き最深部から離れるにつれ緩やかに応力が低下する。
- ・切欠き底中央線上の応力分布は、表面から深さ方向へ急激に応力が低下し、丸棒中心部近くの一樣応力場に近づく。
- ・最大応力は、切欠き底最深部近傍に生じる。
- ・切欠き深さが浅い場合、両側切欠きをもつ丸棒と片側切欠きをもつ丸棒の応力分布にあまり差は生じない。
- ・両側切欠きの応力集中係数は切欠き半径が大きいほど小さく、切欠き深さに比例するように大きくなる。
- ・両側切欠きをもつ丸棒と片側切欠きをもつ丸棒の応力集中係数を比較すると、切欠きが深くなるにつれ、また切欠き半径が大きいほど差が大きくなり、その差は計算した範囲内で最大約30%である。

#### 参考文献

- [1] 西谷：日本機械学会論文集 (A編), 48巻, 447号PP.1353~1359, (昭58-11).
- [2] 村上敬宜：応力集中の考え方 (養賢堂) 2005-7.
- [3] 中原一郎：材料力学上巻 (養賢堂), (昭43-10).