

# マルチスケールボイドを有する材料の 弾塑性有限要素法解析

中山 恭秀\*・濱田 展光\*\*

## FEM Analysis of Elasto-Plastic Deformation in Sheet Metal with Multi-Size-Scale Voids

Yasuhide Nakayama\*, Nobuhiko Hamada\*\*

Abstract

In the plastic deformation of damaged materials, the influence of distribution of voids on the macroscopic mechanical properties is an important issue. Therefore, it is necessary to control the voids growth. As the multi-size voids are actually distributed in a damaged material, we have to evaluate the local damage state. In the present paper, aluminum sheet which contain multi-size voids have been treated as simple numerical models of damaged materials. The behavior of elasto-plastic deformation in these numerical models under the uniaxial tensile load was evaluated by FEM analysis. As the result of this work, the local zone of high stress develops according to the array pattern of voids. Consequently, the transformation of void shape are influenced by the interference between adjacent voids and the development of high stress zone.

### 1. 緒 言

材料に引張荷重をかけ大きく塑性変形をさせると材料中に空孔が発生する。また、焼結金属などの場合、材料内部に空孔がはじめから存在している。この空孔が変形・成長、合体することにより材料の破断に至ることはよく知られており、材料の機械的性質への影響を考える上で、材料中にある欠陥・介在物・空孔は非常に重大な問題となる。こうした問題に関しては、これまでにも、Jonas Faleskog and C.Fong Shih ら [1][2] が様々な研究を行っている。こうした材料内部に空孔を含む材料の大変形問題において、空孔の形状変化、空孔近傍の応力・ひずみ状態および空孔の分布状態が大きな影響を与えると考えられるため、これらを考慮した解析・検討が必要となる。本研究では、延性材料中にサイズの異なる複数の円孔が近接して分布する2次元モデルを設定し、円孔近傍の応力・ひずみ状態、円孔の分布形態と円孔相互の干渉の関係について弾塑性有限要素法解析を行った。

### 2. 有限要素法解析

#### 2. 1 構成式

金属材料の塑性変形においては、応力-ひずみ関係が非線形であることから、それらの増分によりその構成関

係が記述される。この構成式は流れ理論 [3][4] とよばれ、次式で表される。

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda s_{ij} \quad (1)$$

ここで、 $d\varepsilon_{ij}^p$  は塑性ひずみ増分、 $s_{ij}$  は偏差応力である。 $d\lambda$  は、相当応力  $\bar{\sigma}$ 、相当塑性ひずみ増分  $d\varepsilon^p$

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2} s_{ij} s_{ij}} \quad (2)$$

$$d\varepsilon^p = \sqrt{\frac{2}{3} d\varepsilon_{ij}^p d\varepsilon_{ij}^p} \quad (3)$$

を用いて、以下のように書ける。

$$d\lambda = \frac{3d\varepsilon^p}{2\bar{\sigma}} = \frac{3d\bar{\sigma}}{2H'\bar{\sigma}} \quad (4)$$

ここで、 $H' = d\bar{\sigma}/d\varepsilon^p$  は瞬間硬化係数である。

本研究では、汎用有限要素法プログラムにより弾塑性変形解析を行う。この解析では、応力速度の定式化に Cauchy 応力の Jaumann 速度を用いるが、Cauchy 応力の Jaumann 速度  $\overset{\nabla}{\sigma}_{ij}$  は次式 [5] で表される。

$$\overset{\nabla}{\sigma}_{ij} = D_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{kl} \quad (5)$$

\* 弓削商船高等専門学校電子機械工学科

\*\* 弓削商船高等専門学校専攻科生産システム工学専攻

ここで  $D_{ijkl}$  は、相当応力  $\bar{\sigma}$ 、偏差応力  $s_{ij}$ 、横弾性係数  $G$ 、ポアソン比  $\nu$ 、瞬間硬化係数  $H'$  を用いて次式のように表される。

$$D_{ijkl} = G \left\{ \delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk} + \frac{2\nu}{1-2\nu}\delta_{ij}\delta_{kl} \right\} - \alpha \frac{3Gs_{ij}s_{kl}}{\bar{\sigma}^2(H'/3G+1)} \quad (6)$$

## 2. 2 解析モデル

本研究では、材料中に直径の異なるボイドが近接する損傷モデルを設定し、このモデルに単軸引張り負荷をかけた場合のボイドの形状変化ならびに成長について検討した。モデルの形状としては、 $20 \times 20\text{mm}$  の正方形試験片に  $\phi 0.5$  および  $\phi 2$  の円孔を中央に2つずつ並べた。 $\phi 0.5$  の円孔中心間距離は  $1\text{mm}$ 、 $\phi 2$  の円孔中心間距離は  $3\text{mm}$  である。また大円孔配列角  $\theta_1$ 、小円孔配列角  $\theta_2$  を Fig.1 のようにそれぞれの円孔中心を結んだ線と水平線のなす角として定義した。なお、この配列角はそれぞれ、 $\theta_1 = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ 、 $\theta_2 = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$  としてモデルを用意した。これらの損傷モデルについての要素分割図を Fig.2 に示す。要素は三角形3節点要素であり、要素数はおよそ 11,000 である。試験片材料は工業用純アルミニウムとし、ヤング率  $70\text{GPa}$ 、ポアソン比 0.33、加工硬化指数 0.34 とした。このモデルに単軸引張り負荷を与え、円孔配列角とボイド近傍 (Fig.1 A点, B点) の応力状態について比較検討を行う。

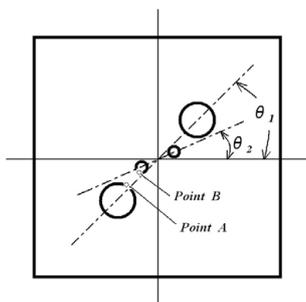


Fig.1 Array angles of holes

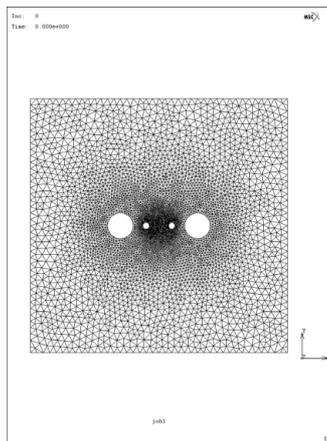


Fig.2 Mesh data for FEM analysis

## 3. 解析結果

### 3. 1 大円孔配列角 $\theta_1 = 0^\circ$ モデル

大円孔配列角を  $\theta_1 = 0^\circ$  とし、小円孔配列角  $\theta_2$  を  $0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$  と変化させたモデルについて、単軸引張り負荷 (与ひずみ  $\varepsilon = 0.032$ ) を与えた場合の有限要素法解析結果を示す。

Fig.3, 4, 5 に、小円孔配列角  $\theta_2 = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$  各モデルにおける相当応力分布を示す。各モデルにおける円孔近傍の相当応力値は、小円孔配列角  $\theta_2 = 0^\circ$  のモデルの場合、大円孔側 A 点で  $\sigma_A = 159.1\text{MPa}$ 、小円孔側 B 点で  $\sigma_B = 210.4\text{MPa}$  (最大値) であった。 $\theta_2 = 30^\circ$  の場合、大円孔側 A 点で  $\sigma_A = 155.0\text{MPa}$ 、小円孔側 B 点で  $\sigma_B = 188.9\text{MPa}$  (最大値) となった。 $\theta_2 = 60^\circ$  では、大円孔側 A 点の応力値は  $\sigma_A = 149.5\text{MPa}$ 、小円孔側 B 点で  $\sigma_B = 171.5\text{MPa}$  (最大値) であった。全てのモデルにおいて、小円孔外側の点で応力値が高くなるのが分かった。小円孔配列角  $\theta_2 = 0^\circ$  の場合、円孔近傍の応力値が最も高い値を示し、応力分布の解析結果からも大円孔と小円孔の相互間の干渉が最も強いものと考えられる。また、 $\theta_2$  が大きくなるにつれて応力値が低下する傾向が認められた。

次に、Fig.6, 7, 8 に円孔近傍 A 点および B 点における局所的な相当応力とモデル全体に与えた相当ひずみの関係を示す。この結果から、A 点・B 点 2 点間の応力差が、 $\theta_2$  の増加とともに小さくなっており、大円孔と小円孔の相互間の干渉は低下しているものと判断できる。また、小円孔形状は負荷方向に伸び若干大円孔側へ引きずられた楕円形となっており、形状変形や応力分布から見て、円孔相互間の干渉は、小円孔どうしよりも大円孔と小円孔間の方が強いことが分かった。

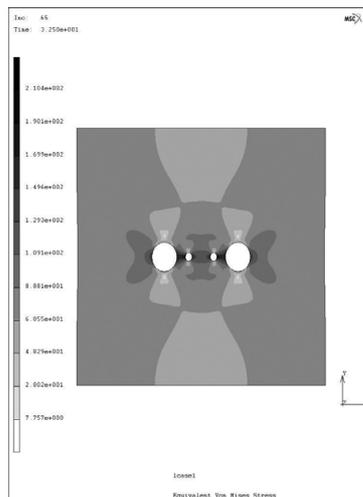


Fig.3 Distribution of equivalent stress (uniaxial  $\theta_1 = 0^\circ, \theta_2 = 0^\circ$ )

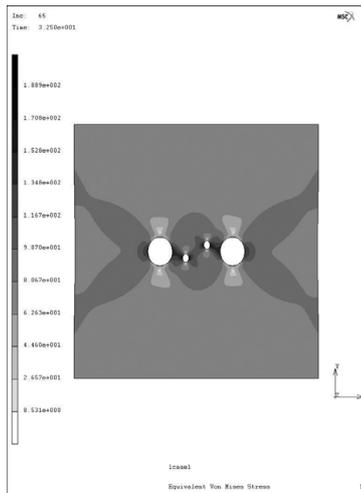


Fig.4 Distribution of equivalent stress (uniaxial  $\theta_1 = 0^\circ, \theta_2 = 30^\circ$ )

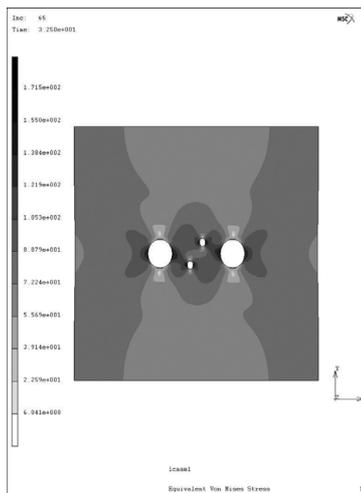


Fig.5 Distribution of equivalent stress (uniaxial  $\theta_1 = 0^\circ, \theta_2 = 60^\circ$ )

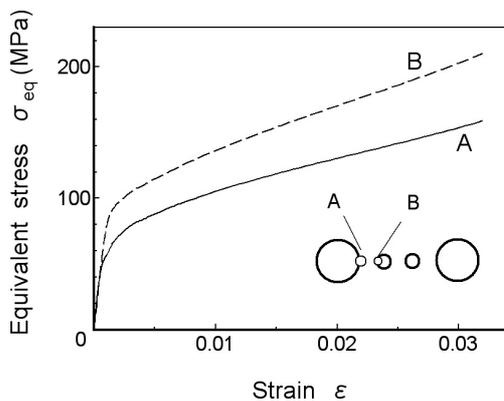


Fig.6 Stress - strain curves ( $\theta_1 = 0^\circ, \theta_2 = 0^\circ$ )

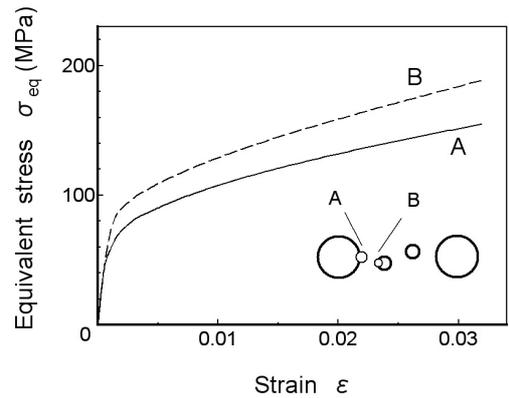


Fig.7 Stress - strain curves ( $\theta_1 = 0^\circ, \theta_2 = 30^\circ$ )

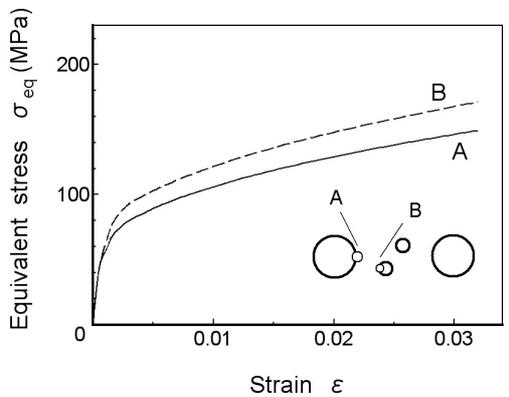


Fig.8 Stress - strain curves ( $\theta_1 = 0^\circ, \theta_2 = 60^\circ$ )

### 3. 2 大円孔配列角 $\theta_1 = 30^\circ$ モデル

大円孔配列角を  $\theta_1 = 30^\circ$  とし、小円孔配列角  $\theta_2$  を  $0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$  と変化させたモデルについて、単軸引張り負荷 (与ひずみ  $\varepsilon = 0.032$ ) を与えた場合の有限要素法解析結果を示す。

Fig.9, 10, 11 は、小円孔配列角  $\theta_2 = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$  各モデルにおける相当応力分布である。円孔近傍の相当応力値は、小円孔配列角  $\theta_2 = 0^\circ$  のモデルの場合、大円孔側A点で  $\sigma_A = 143.9MPa$ 、小円孔側B点で  $\sigma_B = 166.0MPa$  であった。 $\theta_2 = 30^\circ$  の場合、大円孔側A点で  $\sigma_A = 160.9MPa$ 、小円孔側B点で  $\sigma_B = 189.8MPa$  (最大値) となった。 $\theta_2 = 60^\circ$  では、大円孔側A点の応力値は  $\sigma_A = 157.6MPa$ 、小円孔側B点で  $\sigma_B = 184.0MPa$  (最大値) であった。配列角  $\theta_2 = 30^\circ, 60^\circ$  のモデルでは、小円孔外側のB点で応力が最大値を示しているが、 $\theta_2 = 0^\circ$  の場合のみ小円孔内側で応力の最大値を示した。また、小円孔配列角  $\theta_2 = 30^\circ$  のモデルの場合、最も高い応力値となることも分かった。以上の結果から、大円孔配列角  $\theta_1 = 0^\circ$  の場合とは円孔間における干渉が異なり、高い応力値を示す領域の発達が異なるものと考えられる。

次に、Fig.12, 13, 14 に円孔近傍A点およびB点における局所的な相当応力とモデル全体に与えた相当ひずみの関係を示す。この結果から、A点・B点2点間の応力

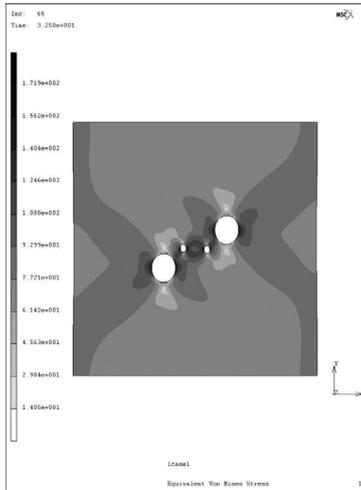


Fig.9 Distribution of equivalent stress ( $\theta_1 = 30^\circ, \theta_2 = 0^\circ$ )

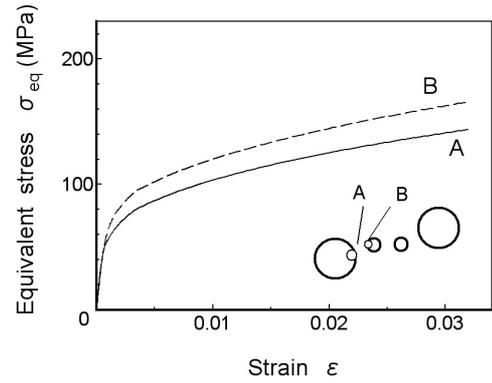


Fig.12 Stress - strain curves ( $\theta_1 = 30^\circ, \theta_2 = 0^\circ$ )

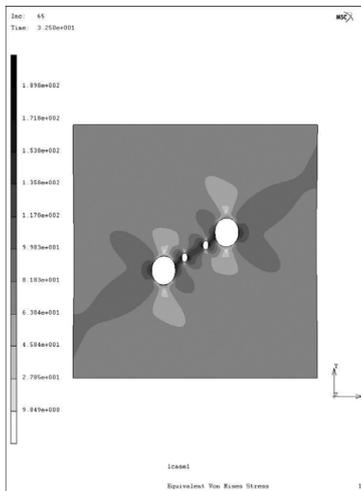


Fig.10 Distribution of equivalent stress ( $\theta_1 = 30^\circ, \theta_2 = 30^\circ$ )

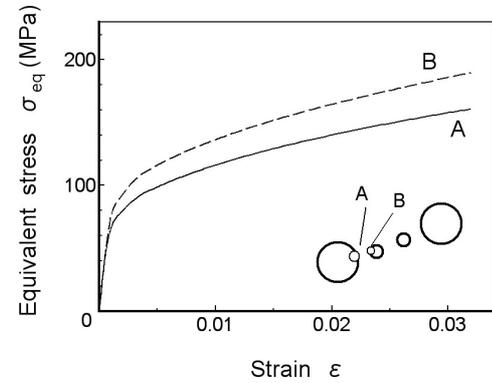


Fig.13 Stress - strain curves ( $\theta_1 = 30^\circ, \theta_2 = 30^\circ$ )

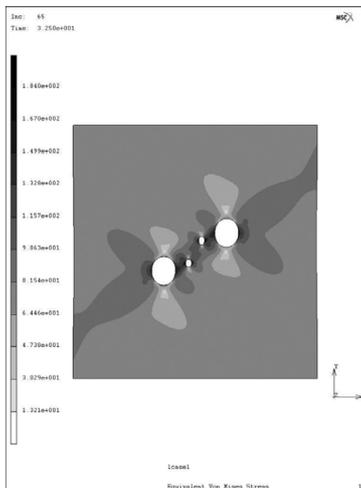


Fig.11 Distribution of equivalent stress ( $\theta_1 = 30^\circ, \theta_2 = 60^\circ$ )

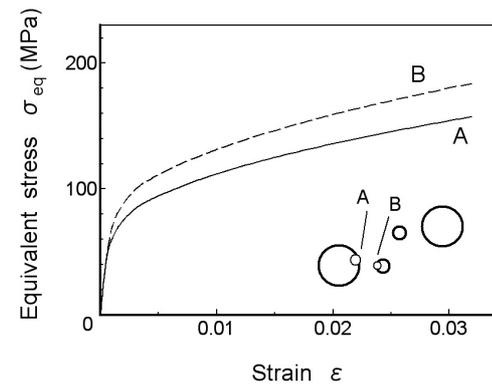


Fig.14 Stress - strain curves ( $\theta_1 = 30^\circ, \theta_2 = 60^\circ$ )

3. 3 大円孔配列角  $\theta_1 = 60^\circ$  モデル

大円孔配列角を  $\theta_1 = 60^\circ$  とし、小円孔配列角  $\theta_2$  を  $0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$  と変化させたモデルについて、単軸引張り負荷 (与ひずみ  $\epsilon = 0.032$ ) を与えた場合の有限要素法解析結果を示す。

Fig.15, 16, 17 は、小円孔配列角  $\theta_2 = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$  各モデルにおける相当応力分布である。円孔近傍の相当応力値は、小円孔配列角  $\theta_2 = 0^\circ$  のモデルの場合、大円孔側A点で  $\sigma_A = 130.1MPa$ 、小円孔側B点で  $\sigma_B =$

差が、 $\theta_2 = 30^\circ$  の場合、最も大きくなっており、大円孔と小円孔の相互間の干渉が強いものと判断できる。

121.5MPaであった。 $\theta_2 = 30^\circ$  の場合、大円孔側A点で $\sigma_A = 129.2MPa$ 、小円孔側B点で $\sigma_B = 113.3MPa$ となった。 $\theta_2 = 60^\circ$  では、大円孔側A点の応力値は $\sigma_A = 126.6MPa$ 、小円孔側B点で $\sigma_B = 141.7MPa$ であった。また、最大応力値は $\theta_2 = 0^\circ$  の場合 $\sigma_{max} = 137.8MPa$ 、 $\theta_2 = 0^\circ$  の場合 $\sigma_{max} = 138.7MPa$ であり、大円孔外側の点でこれらの応力値を示した。 $\theta_2 = 60^\circ$  のモデルにおいては、最大応力値 $\sigma_{max} = 144.5MPa$ であり、小円孔内側の点でこの値を示した。円孔近傍での応力値は、これまでの大円孔配列角 ( $\theta_1 = 0^\circ, 30^\circ$ ) のモデルからかなり低下している。これは、大円孔の影響が低下し、小円孔間の干渉が大きくなったと考えられる。また、 $\theta_2 = 0^\circ, 30^\circ$  のときに応力が高い値を示したのは大円孔の近傍であり、応力分布からも円孔相互の干渉自体が低下していることを示している。

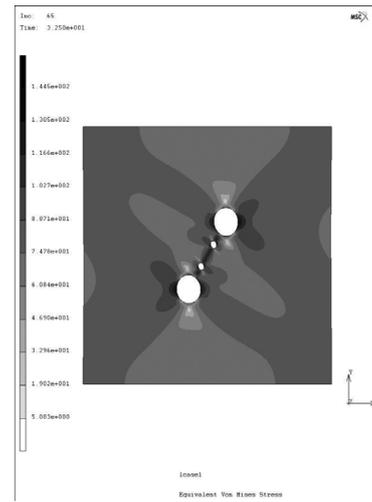


Fig.17 Distribution of equivalent stress ( $\theta_1 = 60^\circ, \theta_2 = 60^\circ$ )

次に、Fig.18, 19, 20 に円孔近傍A点およびB点における局所的な相当応力とモデル全体に与えた相当ひずみの関係を示す。

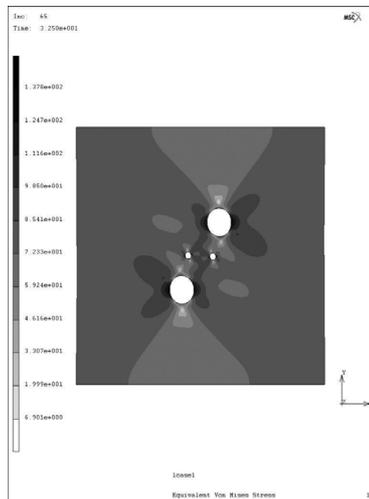


Fig.15 Distribution of equivalent stress ( $\theta_1 = 60^\circ, \theta_2 = 0^\circ$ )

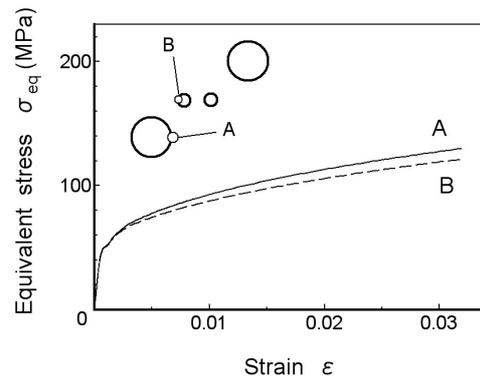


Fig.18 Stress - strain curves ( $\theta_1 = 60^\circ, \theta_2 = 0^\circ$ )

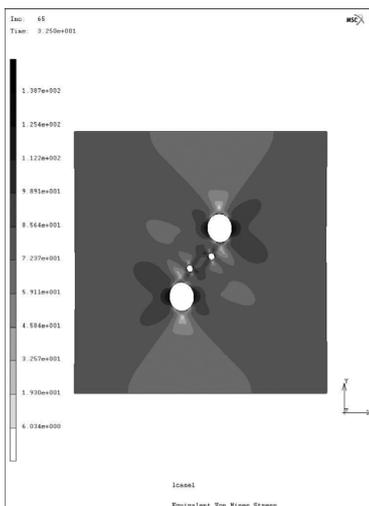


Fig.16 Distribution of equivalent stress ( $\theta_1 = 60^\circ, \theta_2 = 30^\circ$ )

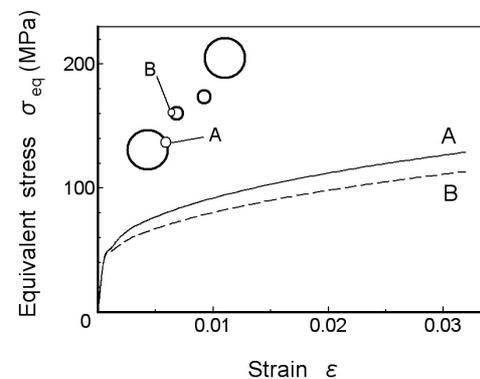


Fig.19 Stress - strain curves ( $\theta_1 = 60^\circ, \theta_2 = 30^\circ$ )

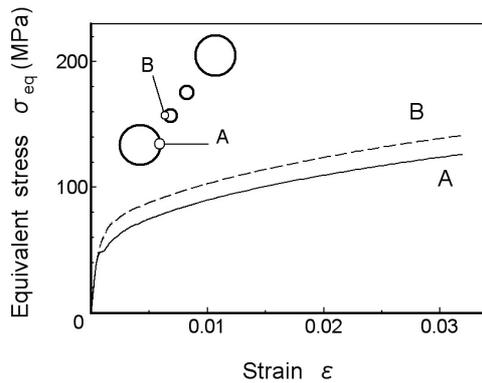


Fig.20 Stress - strain curves ( $\theta_1 = 60^\circ, \theta_2 = 60^\circ$ )

これまでの大円孔配列角  $\theta_1 = 0^\circ, 30^\circ$  のモデルと比べ、応力レベルが低く、A点・B点2点間の応力差があまり現れていない。また、小円孔配列角  $\theta_2 = 0^\circ, 30^\circ$  のモデルでは、小円孔近傍のA点よりも大円孔近傍のB点における応力値が高くなる現象が認められた。こうした結果から、大円孔配列角  $\theta_1 = 60^\circ$  の場合は、円孔間の干渉や円孔近傍の変形挙動が異なっているものと考えられる。

#### 4. 結 言

本研究では、延性材料中にサイズの異なる複数の空孔が近接して分布する2次元モデルを設定し、円孔近傍の応力・ひずみ状態、円孔の分布形態と円孔相互の干渉の関係について弾塑性有限要素法解析を行った。サイズの異なる円孔の配列角により円孔間相互の干渉は大きく左右され、円孔近傍における変形挙動もその円孔分布形態に大きく影響されることが分かった。したがって、円孔形状の変化は円孔近傍の高い応力値を持つ領域の発達に仕方によって大きく異なるものと考えられる。以上のことから、空孔分布形態に対応した負荷方向を考慮することで、空孔の成長をある程度制御することが期待できる。

#### 参考文献

- [1] Jonas Faleskog and C.Fong Shih : J. Mech. Phys. Solids Vol.45 No.1 (1997), pp.21-50
- [2] Weiqing Wang and Z.Suo : J. Mech. Phys. Solids Vol.45 No.5 (1997), pp.709-729
- [3] 吉田総仁, 弾塑性力学の基礎, 共立出版 (1997)
- [4] M.Rappaz, M.Bellet and M.Deville : *Numerical Modeling in Materials Science and Engineering* (Translated by R.Snyder, Springer, Germany 2002).
- [5] 富田佳宏, 数値弾塑性力学, 養賢堂 (1990)