

圧力を受ける孔のある中空丸棒の応力集中

鶴 秀登*・小丸 維斗**

Stress Concentration in a Hollow Cylinder With a Pinhole Under Uniform Pressure

Hideto Tsuru*, Yuito Komaru**

Abstract

This paper deals with the stress concentration in a hollow cylinder with a pinhole submitted to uniform pressure on the inner and outer surfaces. The analysis is performed by means of a finite element method and the commercial FEM software MD.Nastran and MSC.Patran are used. Numerical calculations are done for various combinations of the size of hole, the thickness of hollow cylinder and the external and internal pressure. Various mesh sizes are used to examine the stability of the results. The results of these calculations are illustrated in charts and they can be used in design.

1. 緒言

構造物の強度評価における数値シミュレーションは、実験的強度評価とともに設計上とても重要である。特に近年コンピュータの性能向上により数値解析精度が飛躍的に向上し、実験では得にくいデータの提供や現象の可視化が可能となり、シミュレーションによる強度評価は、環境さえ用意できれば実験にかかるコストよりもはるかに安価なコストで評価できるなどその重要性が増してきている。しかし、実際の現象を推定するためには数値計算とともに、実験的強度評価も当然必要である。

本研究ではコンピュータを使った数値解析の代表的な手法である有限要素法（Finite Element Method：FEM）を用い、三次元応力集中問題を取り扱った。応力集中現象を知ることは、構造物破壊の起点を知る上で重要である^{[1][2]}。具体的には小孔をもつ中空丸棒の内周と外周上に一様な圧力が作用する問題を、孔径と中空丸棒の寸法、圧力の比を種々変化させて解析を行い、孔縁の円周方向応力の孔深さ方向の応力分布を求めた。応力集中係数は脆性破壊の起点を知る上で重要であり、また求めた応力分布は構造物にき裂などの欠陥を考慮した損傷許容設計における応力拡大係数を簡便に求める際に、既知の解とともに利用できる。有限要素法解析で精度良い計算結果を得るためには、問題のモデル化を

正しく行ない、メッシュ形状、分割数や境界条件に関して十分な配慮をしなければならない。特に適切なメッシュ形状やメッシュサイズについては経験が必要とされる。本研究では市販の有限要素法解析ソフトを用い、多くの解析を行うことで適切な解析条件を学び、更には論文にまとめる際の強度評価周辺の工学的知識を習得することも目的とした^{[3][4]}。

2. 解析条件

解析には市販の有限要素法解析ソフト（プリ・ポストプロセッサMSC.Patran, ソルバーMD.Nastran）を用いる。

Fig.1に示すような孔（直径 d ）のある中空丸棒（外径 D_0 , 内径 D_1 ）の外周および内周表面に一様な圧力が作用する問題を取扱った。なお中空丸棒長手方向の長さは孔に端面の影響が出ない長さとした。具体的な数値は $D_0=100\text{mm}$, $L=200\text{mm}$ とし、孔径 d と内径 D_1 , 内外圧の比 P_0/P_1 を種々変化させ応力分布と応力集中係数への影響を検討した。数値計算上必要な材料特性は軟鋼の材料特性である縦弾性係数 $E=206 \times 10^3 \text{N/mm}^2$, ポアソン比 $\nu=0.3$ を用いた。要素はMSC.Patranの四面体要素, 10節点を用いた。なお数値計算は対称性を考慮し1/4の形状を用いて解析をおこなった。

* 電子機械工学科

** 専攻科生産システム工学専攻

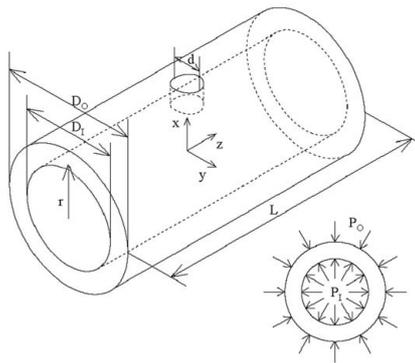


Fig.1 圧力を受ける孔のある中空丸棒

3. 数値解析

数値計算を行い得られた応力分布は孔の無い場合^[5]の円周方向応力式(2)の絶対値の最大値 σ_θ^* で全て無次元化し、その最大値を応力集中係数式(1)と定義した(r は中空丸棒中心からの距離)。

$$\alpha = \frac{(\sigma_{\theta, hole})_{max}}{\sigma_\theta^*} \quad \dots (1)$$

$(\sigma_{\theta, hole})_{max}$: 孔縁の円周方向最大応力
 σ_θ^* : 孔の無い式(2)の絶対値の最大値

$$\sigma_\theta = -\frac{\left(\frac{D_I}{2}\right)^2 \left(\frac{D_O}{2}\right)^2 (P_O - P_I)}{\left(\frac{D_O}{2}\right)^2 - \left(\frac{D_I}{2}\right)^2} \frac{1}{r^2} + \frac{\left(\frac{D_I}{2}\right)^2 P_I - \left(\frac{D_O}{2}\right)^2 P_O}{\left(\frac{D_O}{2}\right)^2 - \left(\frac{D_I}{2}\right)^2} \quad \dots (2)$$

3.1 解析精度およびメッシュサイズ

有限要素法における解の安定性の確認は、あくまで有限要素法の中、つまり数値計算上の限界に対する精度であり、実際の現象に対する精度ではない。ここでは孔縁と孔縁深さ方向のメッシュサイズを種々変え、解の安定性を調べることで計算結果の精度を確かめた。

具体的には外周表面に一樣な圧力 ($P_I=0$) が作用する中空丸棒の肉厚が最も薄く、孔の径が最も小さい数値計算が最も厳しい場合 (内外径比 $D_I/D_O=0.9$, 孔径比 $d/D_O=0.1$) について、孔縁のメッシュサイズと深さ方向のメッシュサイズを数値結果が安定するまで小さくして検討した。Table 1に孔縁メッシュサイズ, 孔深さ方向メッシュサイズをそれぞれ変え、孔の無い場合の円周方向最大応力 σ_θ^* で無次元化した円周方向最大応力すなわち式(1)の α の絶対値を示す。孔縁のメッシュサイズについてはTable 1よりメッシュサイズ比0.05を解析に用いた。

なお孔縁メッシュサイズ比が0.01未満の場合については、メッシュサイズを変えても数値結果が変わらないことを確かめた。

次に孔縁のメッシュサイズ比0.05を一定としTable

1に示す孔深さ方向のメッシュサイズ比を用いて解析し、孔深さ方向の応力分布をFig.2に示す。それぞれの点を比較した結果、解析結果はほぼ同じ値を示した。そこで解析時間との関係で、最も良好であった深さ方向メッシュサイズ比0.05を採用した。

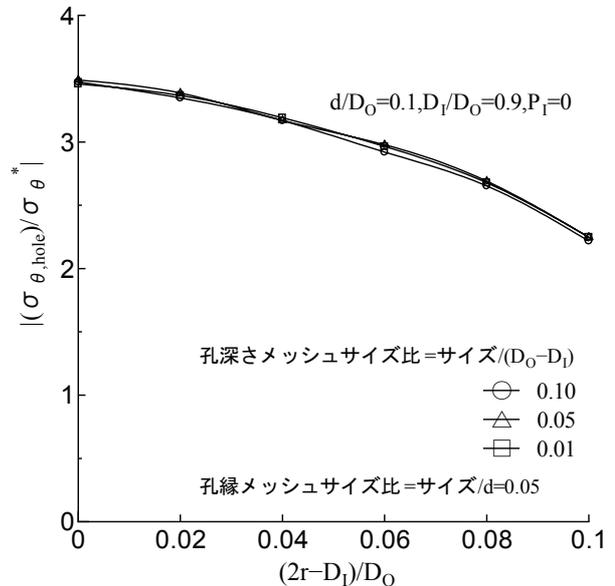


Fig.2 孔深さ方向応力分布へのメッシュサイズの影響

Table 1 応力集中係数 α の絶対値
($d/D_O=0.1$ $D_I/D_O=0.9$ $P_I=0$)

最大応力 $\sigma_{\theta max}$	孔深さ方向メッシュサイズ / ($D_O - D_I$)		
孔縁メッシュサイズ / d	0.1	0.05	0.01
0.1	3.46066	3.486595	3.46864
0.05	3.47358	3.489635	3.45817
0.01	3.45698	3.448044	3.46145

3.2 外圧のみが作用する場合の応力分布

孔縁に生じる円周方向応力の最大値の深さ方向の分布をFig.3~Fig.7に示す。縦軸に式(2)で無次元化した円周方向応力, 横軸に中空丸棒内周から外周までの孔縁深さ方向の位置を示す無次元座標を取り、孔径比 d/D_O をパラメータとして、各中空丸棒の内外径比 $D_I/D_O=0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9$ ごとの結果を示す。図からわかるようにどの形状についても内周表面付近に最大圧縮応力が表れており、肉厚が厚い場合で孔が小さくなると最大応力は内周表面より少し内側に出てくるのがわかる。肉厚が薄くなるにつれ応力分布の変化は孔径の影響が大きくなるようである。また肉厚が厚い場合は外周表面に近づくにつれ内外径比ごとにある一定の応力に収束しているが、肉厚が薄くなるとそのような現象が内側に移動し、

外周表面に近づくにつれ値が逆転するようである。

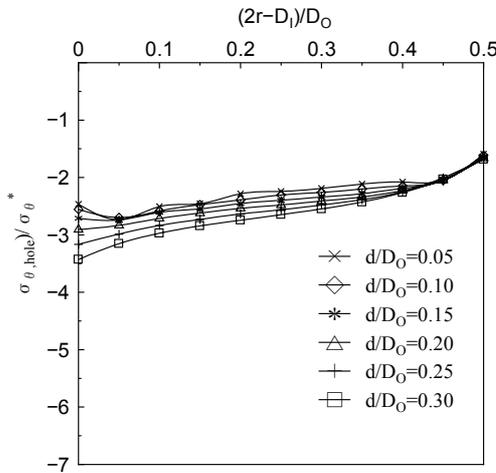


Fig.3 孔縁の $(\sigma_{\theta, \text{hole}})$ の深さ方向分布 ($P_1=0, D_1/D_0=0.5$)

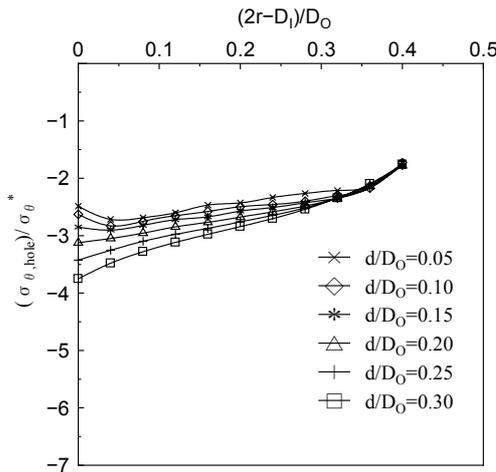


Fig.4 孔縁の $(\sigma_{\theta, \text{hole}})$ の深さ方向分布 ($P_1=0, D_1/D_0=0.6$)

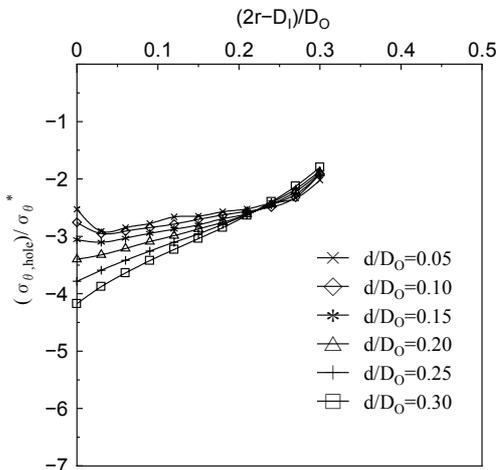


Fig.5 孔縁の $(\sigma_{\theta, \text{hole}})$ の深さ方向分布 ($P_1=0, D_1/D_0=0.7$)

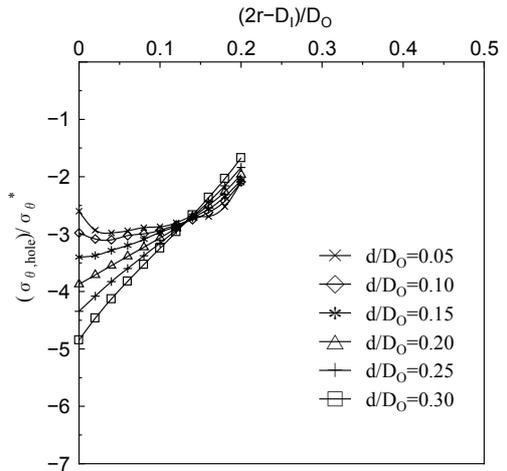


Fig.6 孔縁の $(\sigma_{\theta, \text{hole}})$ の深さ方向分布 ($P_1=0, D_1/D_0=0.8$)

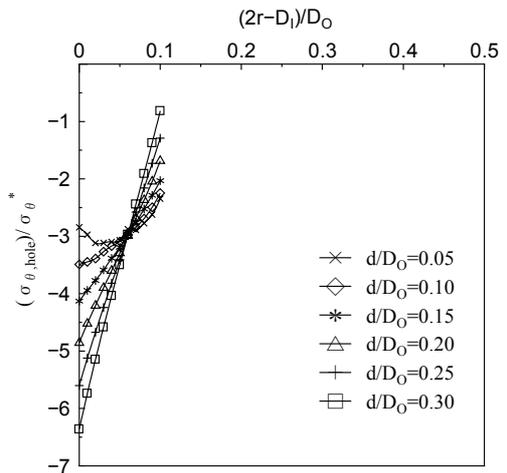


Fig.7 孔縁の $(\sigma_{\theta, \text{hole}})$ の深さ方向分布 ($P_1=0, D_1/D_0=0.9$)

3. 3 外圧のみによる応力集中係数

Table 2に式 (1) で定義した応力集中係数 α を各孔径比と内外径比ごとに示す。なお孔径比を小さくしていった場合の極限である孔径比 $d/D_0=0$ の値と肉厚を薄くしていった極限である内外径比 $D_1/D_0=1$ の値をそれぞれ外挿して表に示す。Fig.8に縦軸に応力集中係数 α 、横軸に孔径比 d/D_0 、パラメータに内外径比 D_1/D_0 を取りこの結果を示す。図より孔が大きい場合、応力集中係数 α は d/D_0 に対して直線性を示すようである。またFig.9に横軸とパラメータを入れ替えて結果を示す。図から孔が小さくなると α は D_1/D_0 に関係なく一定の値に近づく傾向を示すことがわかる。

Table 2 内外径比と孔径比の応力集中係数 α への影響

α	孔径比 d/D_0							
	内外径比 D_i/D_0	0	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3
0.5		2.769	2.733	2.697	2.740	2.907	3.165	3.428
0.6		2.602	2.715	2.828	2.903	3.122	3.425	3.751
0.7		2.871	2.911	2.950	3.102	3.400	3.783	4.175
0.8		2.858	2.978	3.099	3.399	3.871	4.345	4.848
0.9		2.746	3.118	3.490	4.130	4.858	5.601	6.362
1.0		2.633	3.257	3.880	4.861	5.845	6.858	7.876

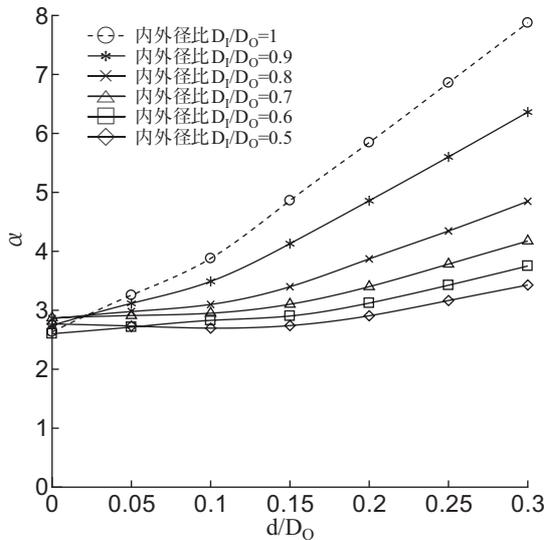


Fig.8 応力集中係数と孔径の関係

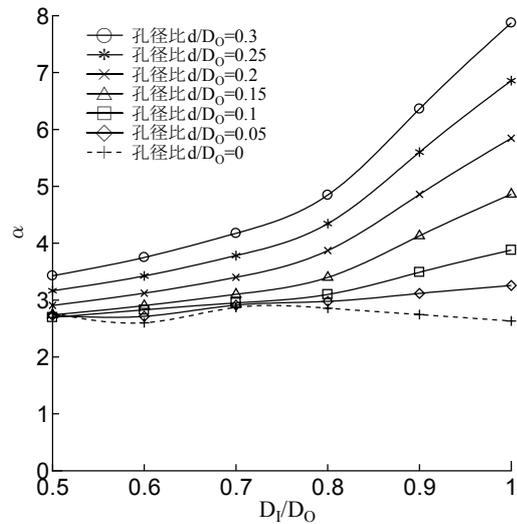


Fig.9 応力集中係数と肉厚の関係

3. 4 内外圧が作用する場合の応力分布

Fig.10~12に中空丸棒内周表面, 外周表面にそれぞれ一様な圧力が作用する内外圧問題について, 中空丸棒の内外径比, 孔径比, 内外圧比を種々変えた場合の孔縁の応力分布を示す. 内外圧問題で孔が無い場合の円周方向の最大応力は外圧に比べ内圧が大きい場合引張応力となり, 内圧に比べ外圧が等しいか, または大きい場合は絶対値の最大は圧縮応力となる. ここでは孔縁の応力分布を孔の無い場合の円周方向応力の絶対値の最大値を用いて無次元化した. 無次元化に使用した応力 σ_θ をTable 3に示す.

孔縁の深さ方向応力分布において肉厚が薄い場合, 内圧が大きいと引張りとなり, 外圧が等しいか大きいと圧縮となる. しかし肉厚が厚くなると内圧が大きくても外周に近い所は圧縮となる.

次にFig.13~Fig.15とTable 4~Table 6にFig.10~Fig.12における孔縁の最大応力をTable 3の絶対値で無次元化した式(1)の応力集中係数を示す. 更にFig.13~Fig.15の横軸とパラメータを入れ替えたものをFig.16~Fig.18に示す. なお負の値は圧縮応力の結果を示す.

Table 3 絶対値最大となる円周方向応力 σ_θ (孔の無い場合)

D_i/D_0	P_0/P_1	0.5	1	2
0.5		0.333	-1.000	-3.667
0.7		0.961	-1.000	-4.922
0.9		4.263	-1.000	-11.53

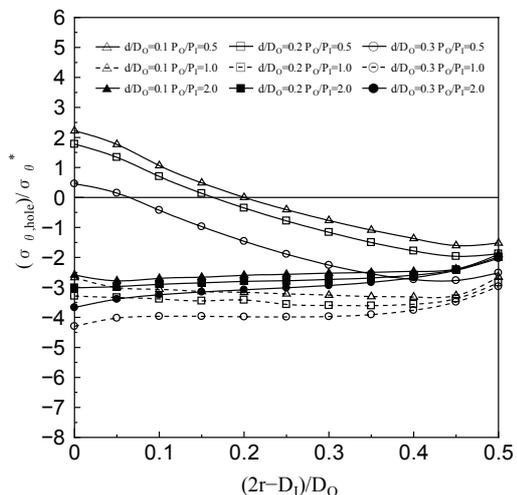


Fig.10 孔縁の $(\sigma_{\theta, \text{hole}})$ の深さ方向分布 ($D_i/D_0=0.5$)

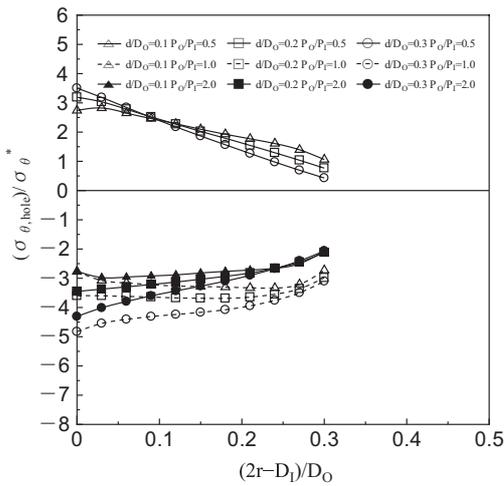


Fig.11 孔縁の $(\sigma_{\theta, \text{hole}})$ の深さ方向分布 ($D_I/D_0=0.7$)

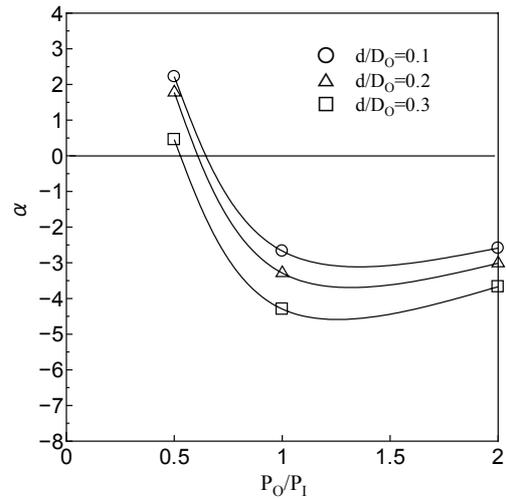


Fig.13 応力集中係数と内外圧比の関係 ($D_I/D_0=0.5$)

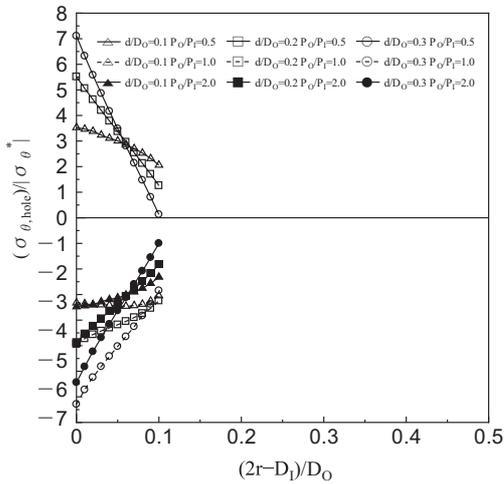


Fig.12 孔縁の $(\sigma_{\theta, \text{hole}})$ の深さ方向分布 ($D_I/D_0=0.9$)

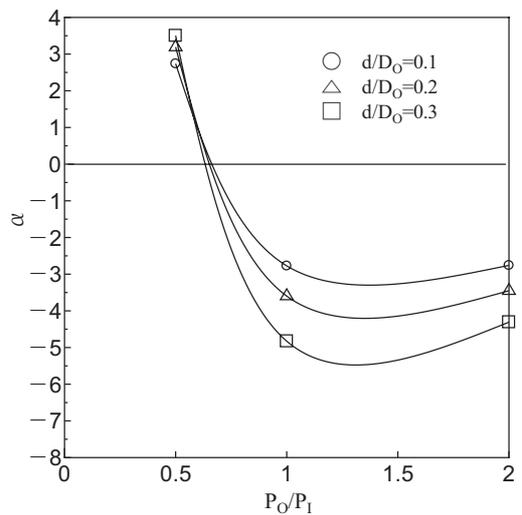


Fig.14 応力集中係数と内外圧比の関係 ($D_I/D_0=0.7$)

Table 4 孔径比 d/D_0 と応力集中係数の関係 ($D_I/D_0=0.5$)

P_0/P_1 \ d/D_0	0.1	0.2	0.3
0.5	2.221	1.777	0.456
1	-2.669	-3.288	-4.296
2	-2.587	-3.012	-3.670

Table 5 孔径比 d/D_0 と応力集中係数の関係 ($D_I/D_0=0.7$)

P_0/P_1 \ d/D_0	0.1	0.2	0.3
0.5	2.739	3.192	3.503
1	-2.773	-3.597	-4.827
2	-2.759	-3.451	-4.308

Table 6 孔径比 d/D_0 と応力集中係数の関係 ($D_I/D_0=0.9$)

P_0/P_1 \ d/D_0	0.1	0.2	0.3
0.5	3.529	5.514	7.108
1	-3.322	-4.943	-7.289
2	-3.475	-4.871	-6.437

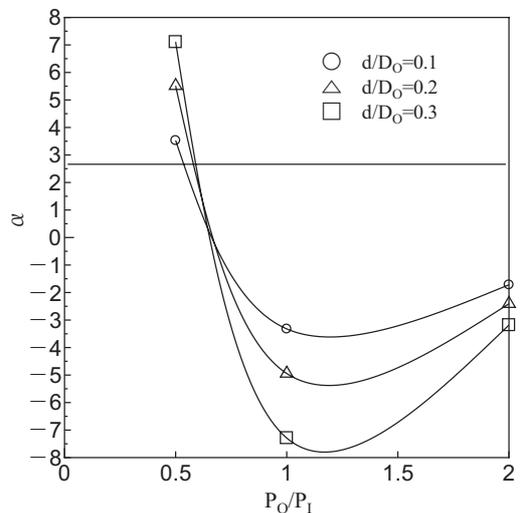
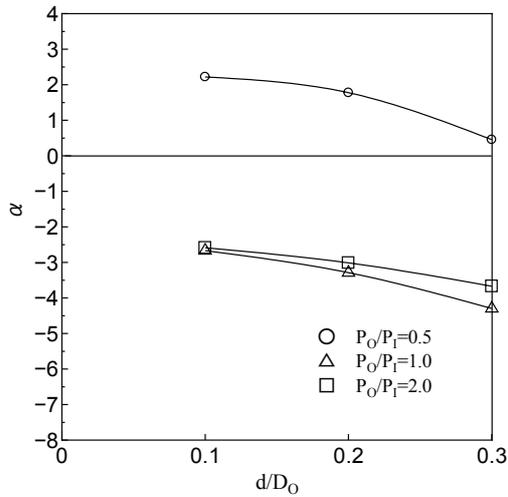
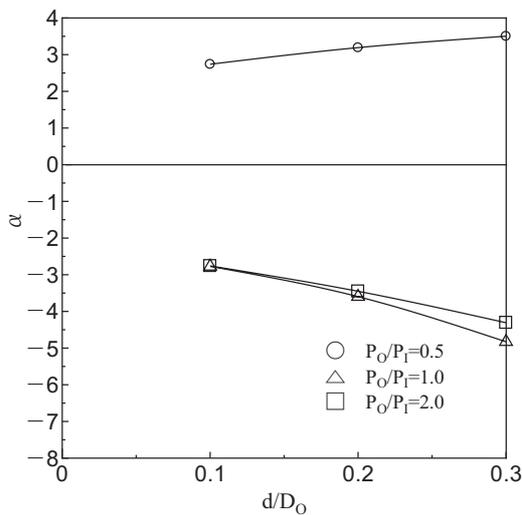
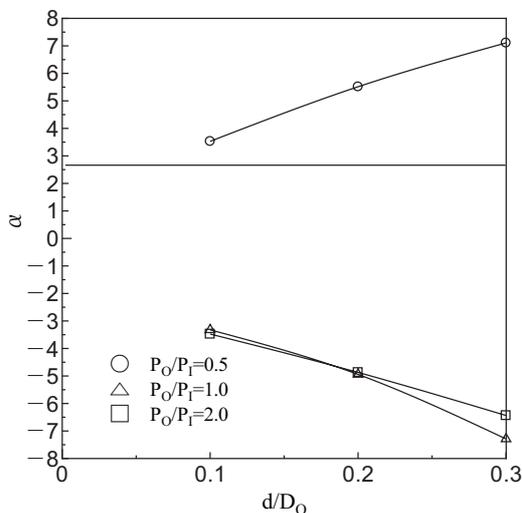


Fig.15 応力集中係数と内外圧比の関係 ($D_I/D_0=0.9$)

Fig.16 応力集中係数と孔径比の関係 ($D_1/D_0=0.5$)Fig.17 応力集中係数と孔径比の関係 ($D_1/D_0=0.7$)Fig.18 応力集中係数と孔径比の関係 ($D_1/D_0=0.9$)

4. 結 言

小孔を有する中空丸棒について、外周表面、および内周表面に一樣な圧力が作用する問題を内圧と外圧の比、孔径比、内外径比を種々変え、破壊の起点を知るための一次因子となる応力集中現象と応力分布についてまとめた。概略は以下の通りである。

外圧のみが作用する場合はどの形状についても内周表面付近に最大圧縮応力が表れており、肉厚が厚い場合で孔が小さくなると最大応力は内周表面より少し内側に出てくることがわかる。肉厚が薄くなるにつれ応力分布の変化は孔径の影響が大きくなるようである。さらに肉厚が厚い場合は外周表面に近づくにつれ孔径比ごとにある一定の応力に収束しているが、肉厚が薄くなるとそのような現象が内側に移動し、外周表面に近づくにつれ値が逆転するようである。

内外圧が作用する場合は、孔縁の深さ方向応力分布の結果からより肉厚が薄く、内圧が大きいと引張りとなり、外圧が等しいか大きいと圧縮となる。しかし肉厚が厚くなると内圧が大きくても外周に近い所は圧縮となる。

参 考 文 献

- [1] 西谷：日本機械学会論文集（A編），48巻，447号 PP.1353～1359，（昭58-11）。
- [2] 村上敬宜：応力集中の考え方（養賢堂）2005-7。
- [3] 遠田良喜：有限要素法の基礎（培風館）1984-4。
- [4] 日本材料学会編：初心者のための有限要素法（日本材料学会），（昭43-10）。
- [5] S.P.Timoshenko & J.N.Goodier：Theory of Elasticity 3rd ed. (Mc Graw Hill, N.Y.), 1970。