

# 貫通孔および非貫通孔を有する有限体の曲げ

鶴 秀登\*・秦 昂平\*\*

## Stress Analysis of Finite Body With a Hole or a Pit Under Bending

Hideto Tsuru\*, Kohei Hata\*\*

### Abstract

The Finite Element Method (FEM) is applied to calculate stress concentration factors of a finite body having a circular hole or a circular pit under bending. Numerical calculations are done for various combinations of the size of circular hole or pit and the thickness of finite body by using the commercial FEM software MSC.Nastran and MSC.Patran. According to the results, maximum stress on the edge of notch does not always occur on the surface of the tensile side. The stress concentration factors are illustrated in charts for wide use in design.

### 1. 緒言

構造物の変形や破壊のメカニズムを解明していく上で、材料特性とともにその応力状態を明らかにすることは重要である。中でも構造的欠陥やねじ穴など部材の切欠きによって生じる最大応力とその応力分布を明らかにすることは、強度設計を行う上で必要不可欠である<sup>[1][2][3]</sup>。しかし、実際問題の応力場の厳密解を理論的に得ることは一般的に不可能であり、その近似解を数値的に得る手法として数値解法が広く用いられる<sup>[4]</sup>。数値解法のひとつである有限要素法 (Finite Element Method: FEM) はコンピュータ性能の向上、特に記憶容量の増大と処理速度の飛躍的向上にとともに構造解析や強度評価など幅広い問題に高精度の解析結果を与えることが可能となった<sup>[5][6]</sup>。

本報告では、曲げ応力場における貫通孔および非貫通孔 (ピット) の応力集中問題 (Fig.1) を市販の FEM ソフト (プリポストプロセッサ: MSC.Patran, ソルバー: MSC.Nastran) を用いて数値解析し、その解析結果について検討しまとめた。

### 2. 解析手順

#### 2. 1 曲げによる応力場と曲げモーメントの与え方

一般に孔のない直方体に曲げモーメントを与えた

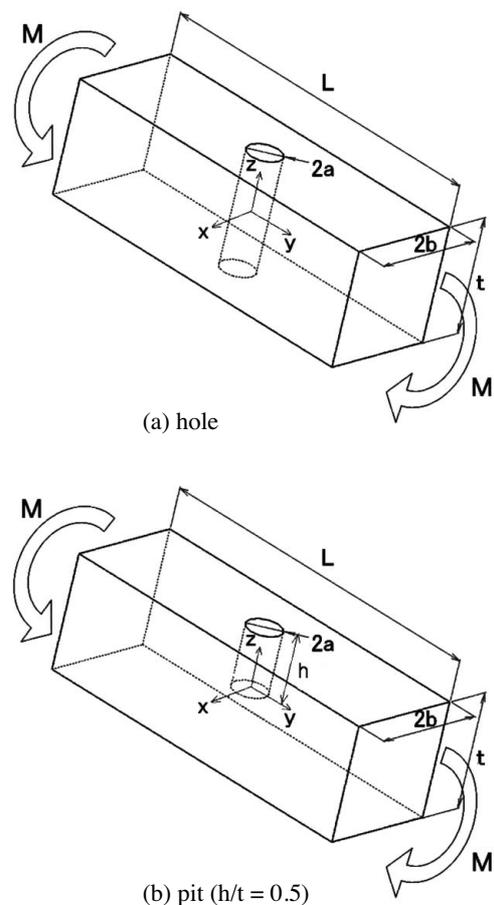


Fig.1 Schematic view of analysis model

\* 電子機械工学科

\*\* 専攻科生産システム工学専攻

場合の応力  $\sigma_y$  は、次式に示す一次分布 (最大値  $\sigma_0$ ) になることが知られている。

$$\sigma_y = \frac{M}{I} z, I = \frac{(2b)t^3}{12}, \sigma_0 = \frac{M}{Z}, Z = \frac{(2b)t^2}{6} \dots (1)$$

本研究では、Fig.2に示す一次分布の応力が得られる曲げモーメントを孔から十分離れた形状端面に節点力で与えた。

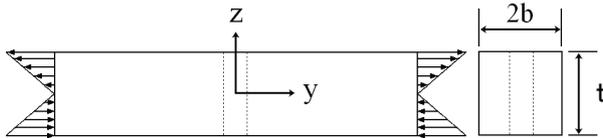


Fig.2 Bending Condition

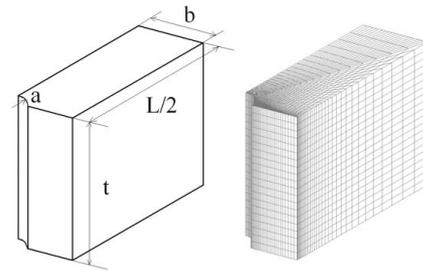
## 2. 2 解析条件

本研究では、Fig.1に示すような中央に貫通孔 (ホール) または非貫通孔 (ピット) を有する有限体が曲げモーメントをうける問題を、市販のFEMソフト (MSC.Patran, MSC.Nastran) を使用して数値解析し、貫通孔および非貫通孔について、その孔径と断面形状が応力分布と応力集中係数に及ぼす影響について検討した。実際の解析には、応力集中部に荷重端の影響がないことを考慮した上で、有限体の形状寸法を長さ  $L=60\text{mm}$ 、幅  $2b=20\text{mm}$  とし、厚さ  $t=5, 10, 20\text{mm}$  の3種類 (断面形状比  $t/2b=0.25, 0.5, 1.0$ ) に対して、貫通孔およびピット深さと板厚の比  $h/t=0.125, 0.25, 0.5$  の非貫通孔について、孔径と有限体幅の比 (孔径比  $a/b$ ) を  $0.1, 0.3, 0.5, 0.7$  と種々変化させて数値計算した。また材料定数には縦弾性係数  $E=206\text{GPa}$ 、ポアソン比  $\nu=0.3$  を用いた。なお、数値解析は解析時間短縮と要素分割数を多くする目的で荷重条件と解析形状の対称性を利用し、Fig.3に示す解析形状全体の1/4の領域で行った。また、分割要素には六面体要素、8節点を使用し、要素分割は厚さ方向の分割を一定の20分割とし、その他の分割は解析形状ごとに解の安定する分割数とした。

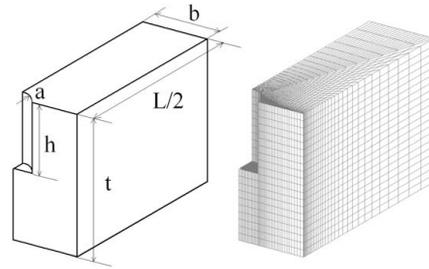
## 3. 解析結果とその検討

### 3. 1 孔縁厚さ方向応力分布

Fig.4~6は深さ中央の位置に座標の原点を置き、横軸に厚さ方向の位置の無次元値をとり縦軸にxz面の孔縁のy方向応力成分  $\sigma_y$  の孔深さ方向の応力分布を  $\sigma_y/\sigma_0$  の無次元表示でそれぞれの断面形状比ごとにまとめて示す。ピットの場合、孔縁の応力分布は貫通孔に比べ小さい値をとるが両者の応力分布は近い傾向を示しており、貫通孔の場合と同様に最大応力は有限体表面より僅か内側に生じている<sup>[7]</sup>。また、その応力の変化と最大応力は孔が深いほどまた有限



(a) hole ( $h/t=1.0, t/2b=1.0, a/b=0.3$ )



(b) pit ( $h/t=0.5, t/2b=1.0, a/b=0.3$ )

Fig.3 Analysis model and mesh pattern

体が厚いほど大きい。孔が深い場合は孔径の差異によって応力分布は大きく異なるが、孔が浅い場合には孔径の差異に対する応力分布の差はあまり認められない。なお孔が空いていない部分の応力分布は、孔がない曲げの場合の一次応力分布に近づいているが、圧縮応力の最大値は孔のない場合より最大50%程度大きな値をとるようである。

### 3. 2 応力集中係数

Fig.7は横軸に孔径比  $a/b$  をとり、縦軸に孔縁の最大引張応力  $(\sigma_y)_{\max}$  を孔のない場合の最大引張応力  $\sigma_0$  で無次元化した式 (2) で定義する応力集中係数  $K_t$  をとり、孔深さ比  $h/t$  をパラメータとして示す。

$$K_t = \frac{(\sigma_y)_{\max}}{\sigma_0} \dots (2)$$

Fig.8には横軸に  $h/t$  をとり  $a/b$  をパラメータとして示す。なお、Fig.7には貫通孔を有する有限体の一様引張りの結果についても示した<sup>[8]</sup>。

また、Table 1~3にはこれらの数値結果を示した。そしてTable 4~6には非貫通孔と貫通孔の応力集中係数の比  $K_t(\text{pit})/K_t(\text{hole})$  も示した。さらに、Table 7は貫通孔における曲げと引張りの応力集中係数の比  $K_t(\text{bend})/K_t(\text{tension})$  を示す。応力分布の説明でも述べたように有限体が厚いほど応力集中係数が大きく、有限体が薄いほど孔径比  $a/b$  が応力集中係数におよぼす影響が小さい。なおかつ孔深さ比  $h/t$  の影響も孔径比が小さいほど小さいようである。しかし、Table 4~6が示すように曲げの問題では貫通孔に対して非貫通孔の応力集中係数が小さ

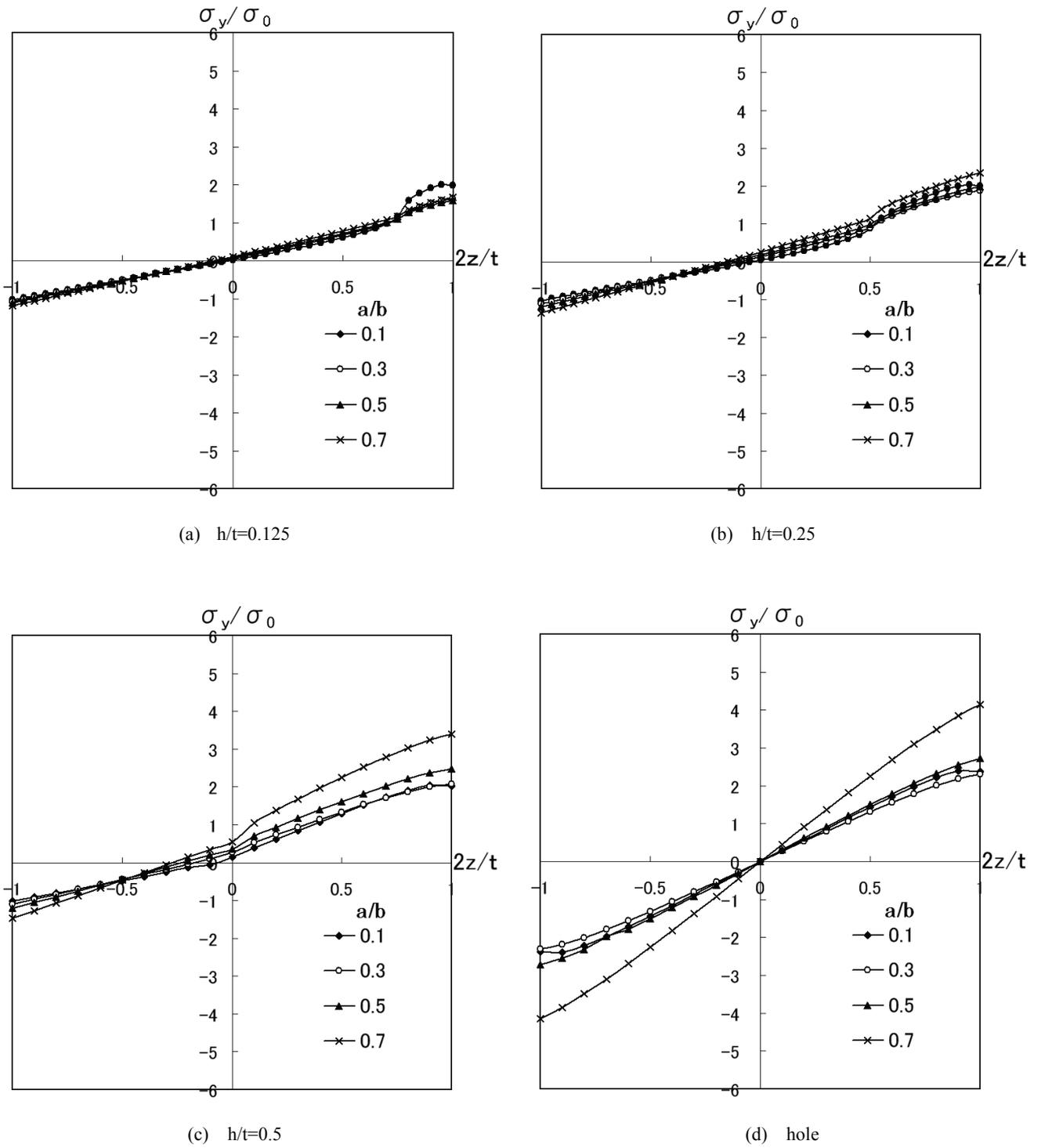
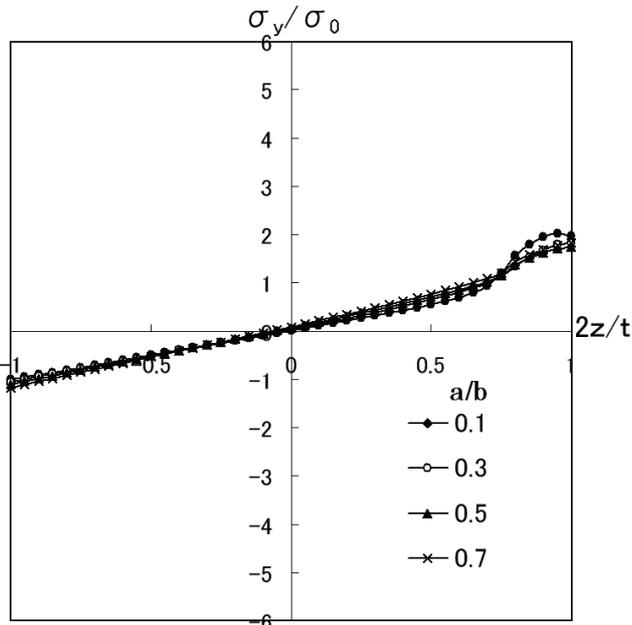
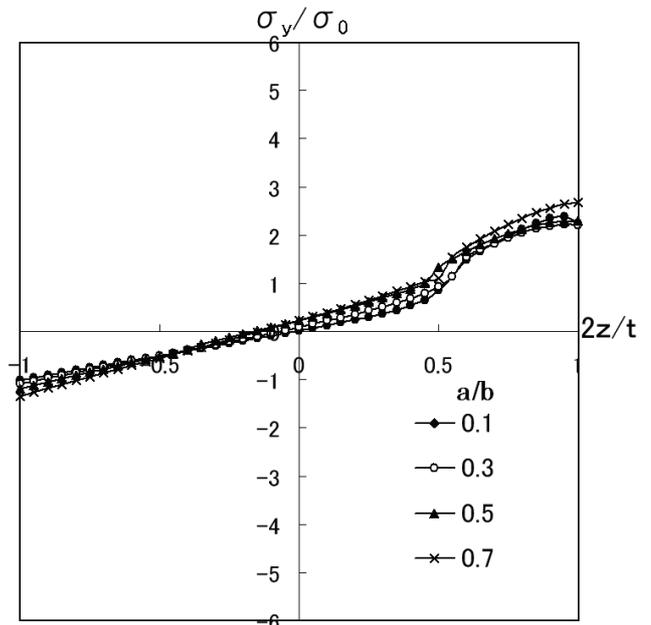


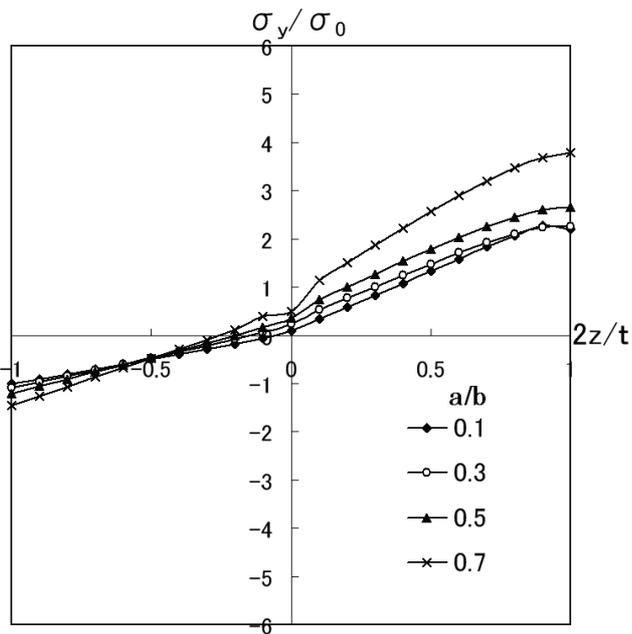
Fig.4 Stress distribution in the direction of depth at the edge of pit ( $t/2b=0.25$ )



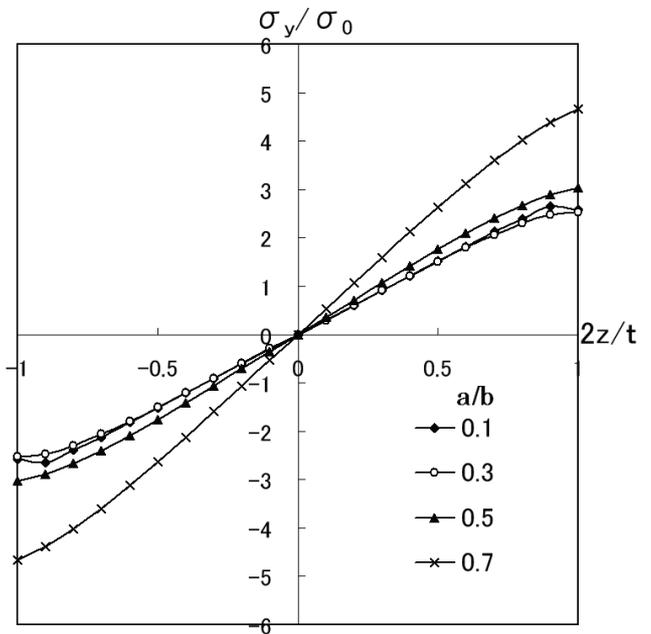
(a)  $h/t=0.125$



(b)  $h/t=0.25$

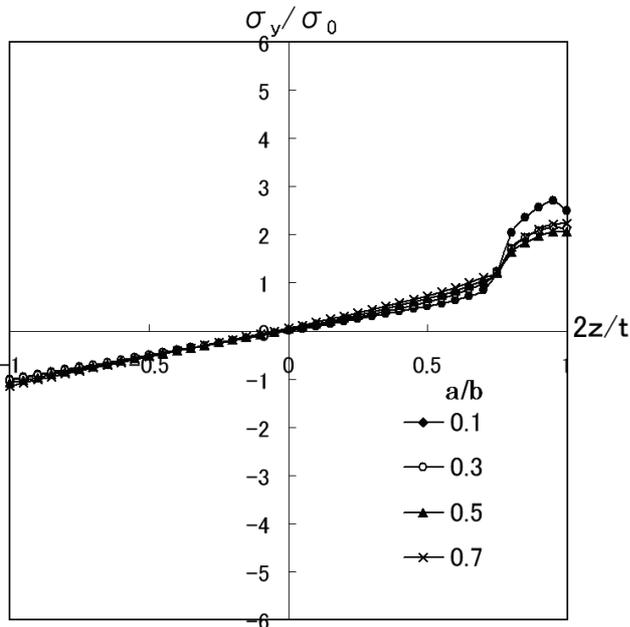


(c)  $h/t=0.5$

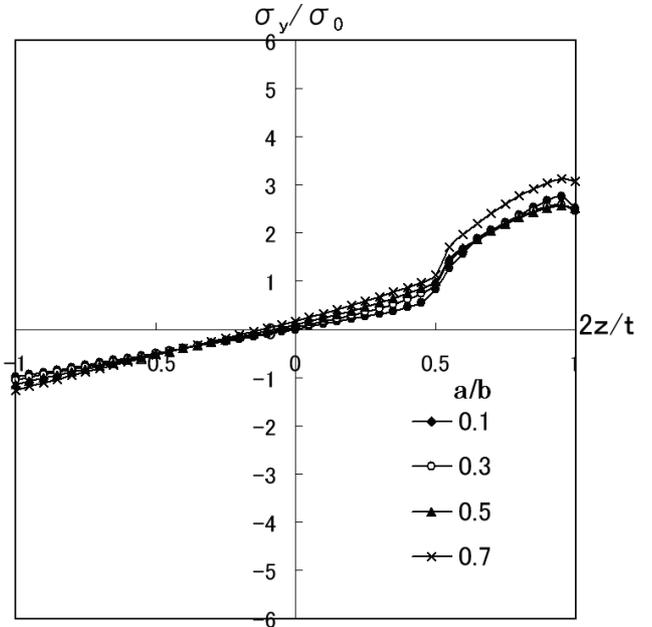


(d) hole

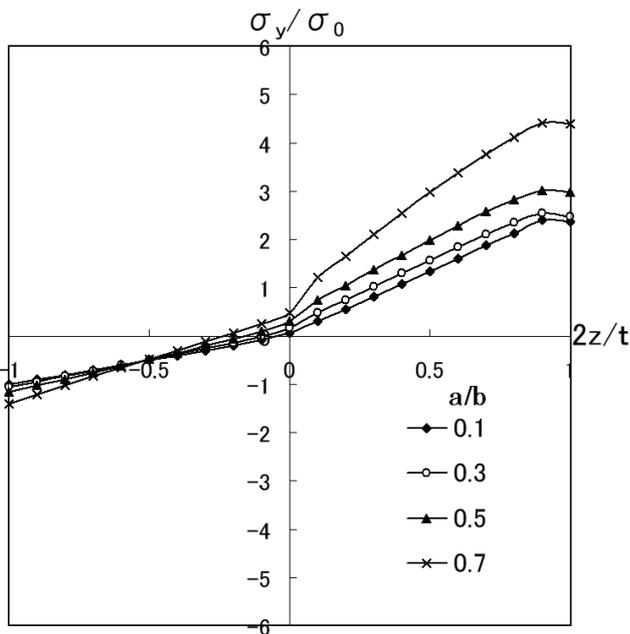
Fig.5 Stress distribution in the direction of depth at the edge of pit ( $t/2b=0.5$ )



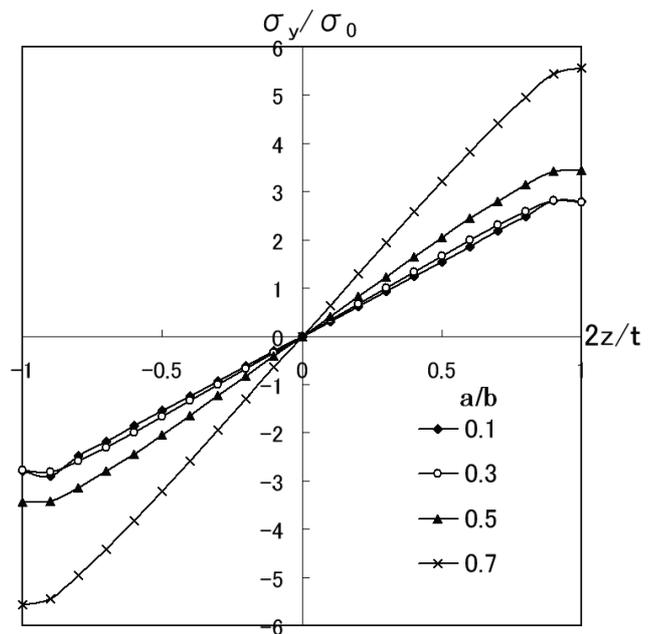
(a)  $h/t=0.125$



(b)  $h/t=0.25$

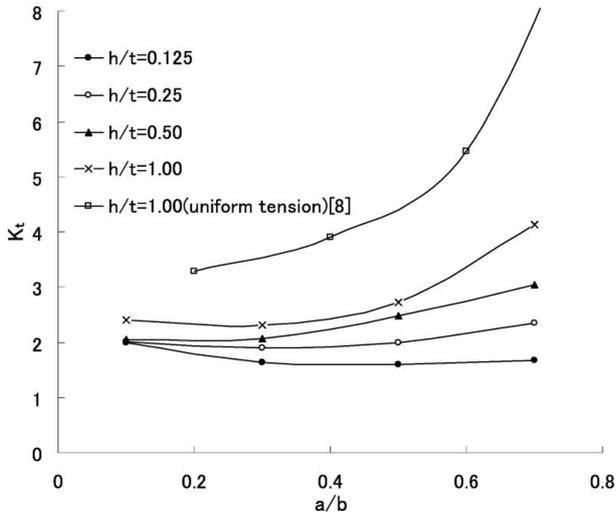


(c)  $h/t=0.5$

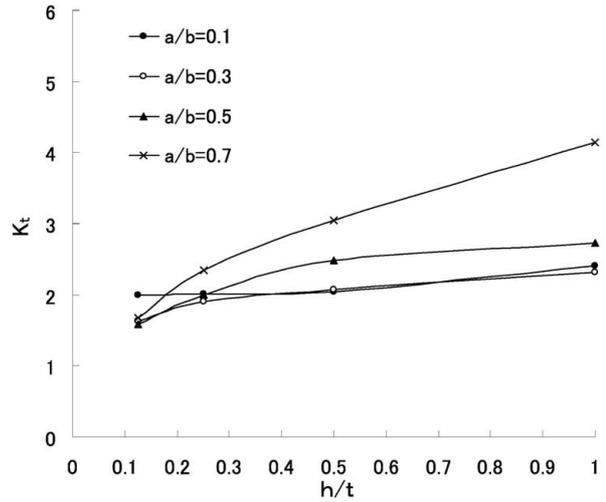


(d) hole

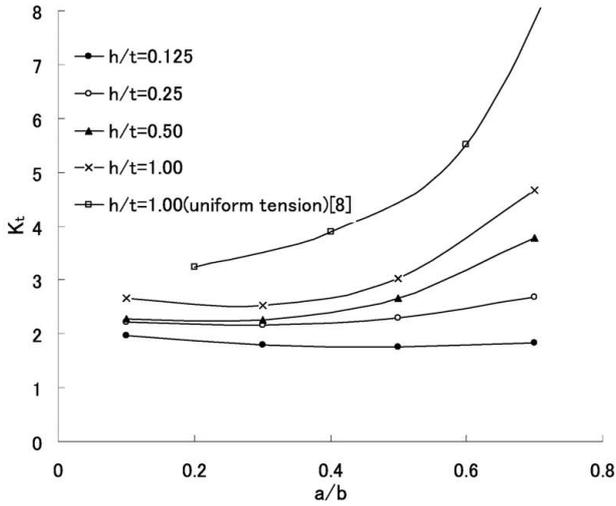
Fig.6 Stress distribution in the direction of depth at the edge of pit ( $t/2b=1.0$ )



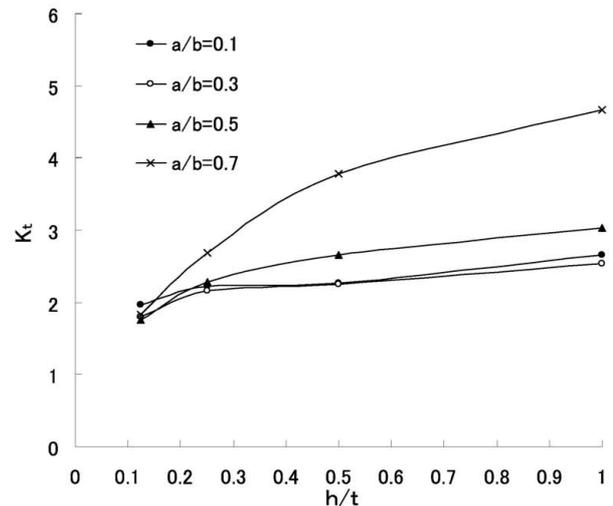
(i)  $t/2b=0.25$



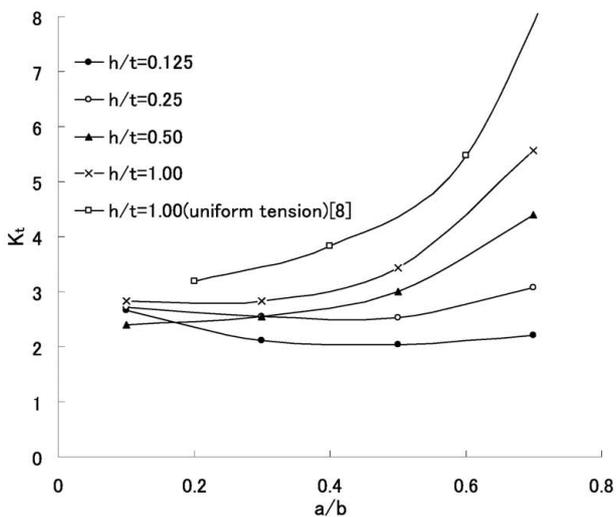
(i)  $t/2b=0.25$



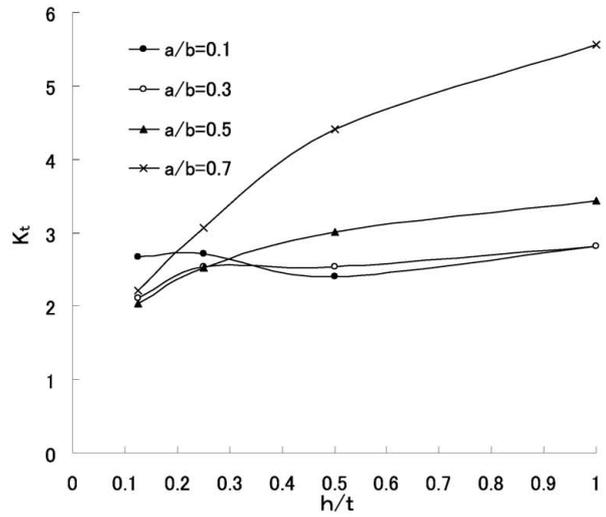
(ii)  $t/2b=0.5$



(ii)  $t/2b=0.5$



(iii)  $t/2b=1.0$



(iii)  $t/2b=1.0$

Fig.7 Stress concentration factor  $K_t$

Fig.8 Stress concentration factor  $K_t$

**Table 1** Stress concentration factor  $K_t$  ( $t/2b=0.25$ )

$h/t \backslash a/b$	0.1	0.3	0.5	0.7
0.125	1.999	1.635	1.587	1.673
0.25	2.009	1.896	1.989	2.349
0.5	2.048	2.075	2.477	3.042
1	2.402	2.308	2.729	4.140

**Table 2** Stress concentration factor  $K_t$  ( $t/2b=0.5$ )

$h/t \backslash a/b$	0.1	0.3	0.5	0.7
0.125	1.962	1.796	1.748	1.833
0.25	2.214	2.158	2.286	2.678
0.5	2.271	2.252	2.654	3.785
1	2.654	2.533	3.028	4.664

**Table 3** Stress concentration factor  $K_t$  ( $t/2b=1.0$ )

$h/t \backslash a/b$	0.1	0.3	0.5	0.7
0.125	2.667	2.110	2.030	2.207
0.25	2.717	2.538	2.521	3.067
0.5	2.402	2.542	3.001	4.402
1	2.822	2.822	3.439	5.561

**Table 4**  $K_t(\text{pit})/K_t(\text{hole})$  ( $t/2b=0.25$ )

$h/t \backslash a/b$	0.1	0.3	0.5	0.7
0.125	0.739	0.709	0.577	0.393
0.25	0.834	0.852	0.755	0.574
0.5	0.856	0.889	0.876	0.812

**Table 5**  $K_t(\text{pit})/K_t(\text{hole})$  ( $t/2b=0.5$ )

$h/t \backslash a/b$	0.1	0.3	0.5	0.7
0.125	0.832	0.708	0.582	0.404
0.25	0.837	0.822	0.729	0.567
0.5	0.853	0.899	0.908	0.735

**Table 6**  $K_t(\text{pit})/K_t(\text{hole})$  ( $t/2b=1.0$ )

$h/t \backslash a/b$	0.1	0.3	0.5	0.7
0.125	0.945	0.748	0.590	0.397
0.25	0.963	0.899	0.733	0.551
0.5	0.851	0.901	0.873	0.792

**Table 7**  $K_t(\text{bend})/K_t(\text{tension})$ :hole

$t/2b \backslash a/b$	0.1	0.3	0.5	0.7
0.25	0.731	0.592	0.500	0.390
0.5	0.818	0.650	0.550	0.444
1.0	0.886	0.736	0.628	0.514

く、その貫通孔の場合でも Table 7 が示すように引張り問題の応力集中係数より曲げ問題の応力集中係数が小さいことがわかる。

#### 4. 結言

破壊のメカニズムを解明していく上で重要である構造欠陥や人工的切欠きによる応力集中現象を知るため、円孔をもつ有限体の曲げ問題を取り扱い、円形の貫通孔および非貫通孔の孔縁厚さ方向の応力分布と応力集中係数  $K_t$  についてまとめた。得られた結果は以下の通りである。

- ・最大応力 ( $\sigma_{y \max}$ ) は孔表面より僅か内側に生じる。
- ・有限体が薄い場合孔径比が応力集中係数におよぼす影響は小さく、孔深さ比の影響も孔径比が小さいほど小さいようである。
- ・曲げ問題では貫通孔に対して非貫通孔の応力集中係数のほうが小さい。
- ・引張り問題と比較すると曲げ問題のほうが応力集中係数は小さい。

#### 参考文献

- [1] 西谷弘信：日本機械学会論文集 (A編), 48巻, 447号, PP.1353~1359, (昭58-11).
- [2] 村上敬宜：応力集中の考え方 (養賢堂) 2005-7.
- [3] S.P.Timoshenko & J.N.Goodir: Theory of Elasticity Third Edition (McGraw Hill, N.Y.), (1970).
- [4] 石田誠：破壊力学と材料強度講座 2 き裂の弾性解析と応力拡大係数 (培風館), (昭51-6).
- [5] 遠田良喜：有限要素法の基礎 (培風館), (1984-1).
- [6] 日本材料学会編：初心者のための有限要素法 (日本材料学会), (昭 60-5).
- [7] 中原一郎：材料力学上巻 (養賢堂), (昭43-10).
- [8] 鶴 秀登, 大塚 哲弥：弓削商船高等専門学校紀要 28号 PP11-16 (2006-2).