

球状空孔を有する材料の弾塑性変形解析

中山 恭秀*・森光 一樹**・峯松 順子***・清水 一郎****

FEM Analysis of Plastic Deformation in Solid Metal Involving Spherical Voids

Yasuhide Nakayama*, Kazuki Morimitsu**, Junko Minematsu*** and Ichiro Shimizu****

Abstract

The voids in a material have often important role for the ductile failure. Therefore, it is necessary to control the voids growth by the processing as a mean of improving material properties. In the present paper, aluminum solid bodies which contain two spherical voids have been treated as simple models of damaged materials. In order to control the deformation of holes efficiently, these models have been deformed under the several strain paths. As the results of this work, it is shown that the direction of strain have influence on the deformation of void shape. The change in curvature of voids according to load, in particular, is related to local stress around the voids. Consequently, even if the macroscopic strain given to a material is the same, the development of stress depend on the transformation of internal structure of the material.

1. 緒 言

工業用部材として用いられる金属材料は、経済性や供給規模、信頼性などの点から、その使用頻度が高く、そのため一般に使用されている延性金属材料の弾塑性変形挙動については、従来から様々な観点より論じられている。しかしながら、現在の産業においては、より高度で多様な目的に応えることのできる材料の開発が求められるようになってきた。焼結体や発泡金属体などの多孔質体にみられるように、ある目的に特化した新しい機能を有する材料の研究、開発もなされている。そこで、材料全体を一つのシステムとして捉えた材料設計が重要となり、微視的に見た材料構造の解析から巨視的な材料特性に至るまで、これらに関係づけた材料特性の研究がいつそう注目されるものと考えられる。延性材料中において、ボイドの形状変形や成長といった過程は、材料の機械的性質に影響を与える非常に重要な問題である。こうした問題に関しては、これまでにも、Tvergaardら [1]~[8] が様々な研究を行っている。ボイドの形状変形においては、ボイド近傍の応力・ひずみ状態が問題となるが、これにはボイドの分布状況も大きな影響を与えることが考えられるため、ボイドが近接して材料中に存在している場合について、ボイドの成長、形状変形を解析・検討するこ

とも必要である。また、負荷経路によって、ボイド間の干渉やボイド成長過程が異なることも考えられ、こうした様々な要因を考慮した解析が求められる。そこで本研究では、弾塑性有限要素法解析により、延性材料中にボイドが近接して分布するソリッドモデルを設定し、これに様々な圧縮負荷経路を与えた場合の、ボイドの変形過程について検討した。

2. 有限要素法解析

2. 1 構成式

金属材料の塑性変形や大変形問題においては、応力増分およびひずみ増分によりその構成関係が記述される。この構成式は流れ理論 [8] とよばれ、次式で表される。

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda s_{ij} \quad (1)$$

ここで、 $d\varepsilon_{ij}^p$ は塑性ひずみ増分、 s_{ij} は偏差応力である。 $d\lambda$ は、相当応力 $\bar{\sigma}$ 、相当塑性ひずみ増分 $d\varepsilon^p$

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2} s_{ij} s_{ij}} \quad (2)$$

$$d\varepsilon^p = \sqrt{\frac{2}{3} d\varepsilon_{ij}^p d\varepsilon_{ij}^p} \quad (3)$$

* 弓削商船高等専門学校電子機械工学科
 ** 弓削商船高等専門学校専攻科生産システム工学専攻
 *** 株式会社KYB
 **** 岡山大学工学部機械工学科

を用いて、以下のように書ける。

$$d\lambda = \frac{3d\bar{\epsilon}^p}{2\bar{\sigma}} = \frac{3d\bar{\sigma}}{2H'\bar{\sigma}} \quad (4)$$

ここで、 $H' = d\bar{\sigma}/d\bar{\epsilon}^p$ は瞬間硬化係数である。

本研究では、汎用有限要素法プログラムにより弾塑性変形解析を行う。この解析においても、流れ理論に基づいた応力増分-ひずみ増分の構成関係が用いられるが、応力速度、ひずみ速度の形で定式化される。この応力速度の定式化には、Cauchy 応力の Jaumann 速度を用いるが、Cauchy 応力の Jaumann 速度 $\overset{\nabla}{\sigma}_{ij}$ は次式で表される [10][11]。

$$\overset{\nabla}{\sigma}_{ij} = D_{ijkl}\dot{\epsilon}_{kl} \quad (5)$$

ここで D_{ijkl} は、相当応力 $\bar{\sigma}$ 、偏差応力 s_{ij} 、横弾性係数 G 、ポアソン比 ν 、瞬間硬化係数 H' を用いて次式のように表される。

$$D_{ijkl} = G \left\{ \delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk} + \frac{2\nu}{1-2\nu}\delta_{ij}\delta_{kl} \right\} - \alpha \frac{3Gs_{ij}s_{kl}}{\bar{\sigma}^2(H'/3G+1)} \quad (6)$$

ここで、 α は応力点が弾性域であるとき $\alpha = 0$ 、応力点が降伏曲面上にあり応力速度が外向きのとき $\alpha = 1$ の値をとる。また、 δ_{ij} は以下の値をとる。

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & (i = j) \\ 0 & (i \neq j) \end{cases} \quad (7)$$

2. 2 解析モデル

本研究では、材料中にボイドが近接して分布しているとして、立方体ブロックに球状空孔2つが近接分布している単純モデルを設定し、その弾塑性変形挙動を解析した。このモデルは、 $5 \times 5 \times 5 \text{ mm}$ 立方体に、 $S\phi 1$ の円孔を中心間距離は $d = 2 \text{ mm}$ で中央に2つ配列した。また、Fig.1に示すように、空孔の配列角 θ を 0° 、 30° 、 90° に変化させたモデルを設定した。このモデルに対して要素分割 (Fig.2) を行い、有限要素法による解析を実施した。要素は6面体8節点アイソパラメトリック要素

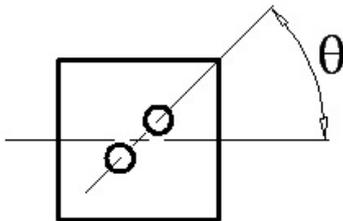


Fig.1 Array angles of holes

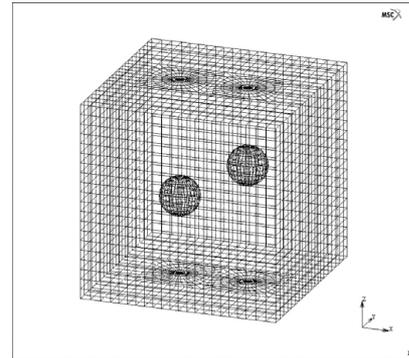


Fig.2 Mesh data for FEM analysis

であり、要素数はおおよそ約 10,000 である。また、モデル材料は工業用純アルミニウムを想定し、ヤング率 70 GPa 、ポアソン比 0.3 、加工硬化指数 0.34 とした。この有限要素モデルについて、相当ひずみ $\bar{\epsilon} = 0.223$ の単軸圧縮、単軸引張り負荷および単軸圧縮-引張り負荷 (紙面上下方向) を与え、円孔分布状態とボイド近傍の応力・ひずみ状態について比較検討を行う。

3. 有限要素法解析結果

3. 1 単軸圧縮・単軸引張り負荷

単軸圧縮負荷を与えた場合における、 $\theta = 0^\circ, 30^\circ, 90^\circ$ 各空孔配列モデルの相当応力分布を Fig.3 ~ 5 に示す。モデル全体に与えた相当ひずみは、 0.223 である。いずれの空孔配列角のモデルにおいても、モデルに単軸圧縮を負荷した場合、内部の空孔形状は負荷方向に潰れ、負荷垂直方向に空孔が伸長し、空孔端の曲率半径が小さくなっていることがわかる。空孔端における相当応力の最大値は、配列角 $\theta = 0^\circ$ のモデルの場合、 $\sigma_{max} = 198.3 \text{ MPa}$ 、配列角 $\theta = 30^\circ$ の場合 $\sigma_{max} = 197.3 \text{ MPa}$ 、 $\theta = 90^\circ$ の場合 $\sigma_{max} = 194.3 \text{ MPa}$ であった。相当応力分布から、 $\theta = 30^\circ$ のモデルにおいては、他のモデルに比べて空孔相互の干渉が認められ、空孔配列角 θ の増加とともに最大応力値が低下する傾向が見られるものの、空孔近傍での応力値に空孔配列角による大きな差異は現れなかった。次に、単軸引張り負荷を与えた場合における、 $\theta = 0^\circ, 30^\circ, 90^\circ$ の各空孔配列モデルの相当応力分布を Fig.6 ~ 8 に示す。モデル全体に与えたひずみは、 0.223 である。配列角 $\theta = 0^\circ$ のモデルの場合、空孔端での相当応力最大値は $\sigma_{max} = 183.3 \text{ MPa}$ 、配列角 $\theta = 30^\circ$ のモデルの場合 $\sigma_{max} = 179.7 \text{ MPa}$ 、 $\theta = 90^\circ$ のモデルの場合 $\sigma_{max} = 178.3 \text{ MPa}$ であった。圧縮負荷と引張り負荷の場合を比較すると、圧縮負荷をかけた場合の方が、いずれの空孔配列角のモデルでも応力値が高くなっており、変形に伴う空孔端での曲率半径の変化が影響していると考えられる。

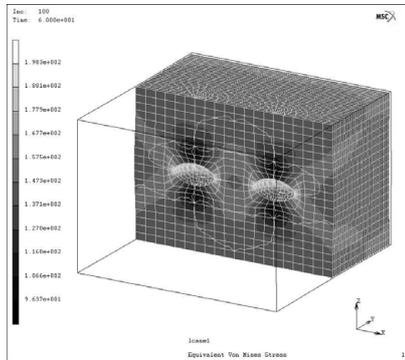


Fig.3 Distribution of equivalent stress (compression $\theta = 0^\circ$)

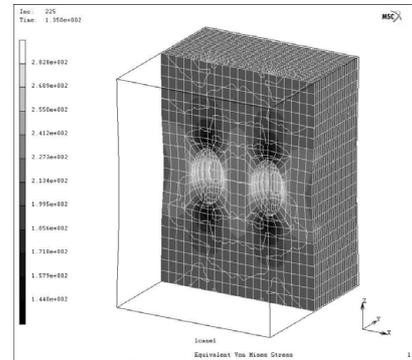


Fig.6 Distribution of equivalent stress (tensile $\theta = 0^\circ$)

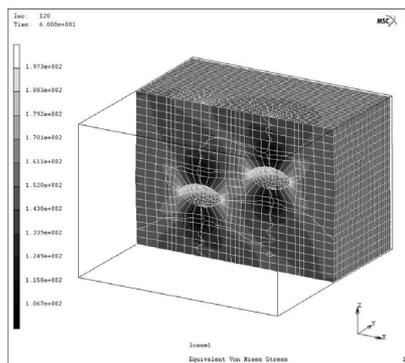


Fig.4 Distribution of equivalent stress (compression $\theta = 30^\circ$)

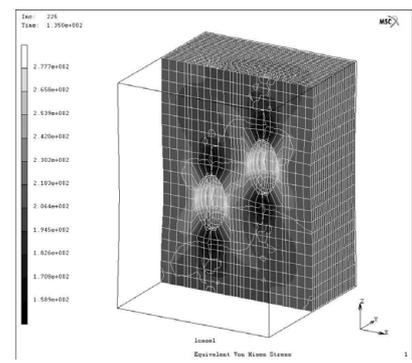


Fig.7 Distribution of equivalent stress (tensile $\theta = 30^\circ$)

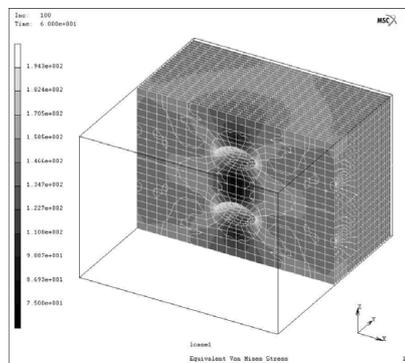


Fig.5 Distribution of equivalent stress (compression $\theta = 90^\circ$)

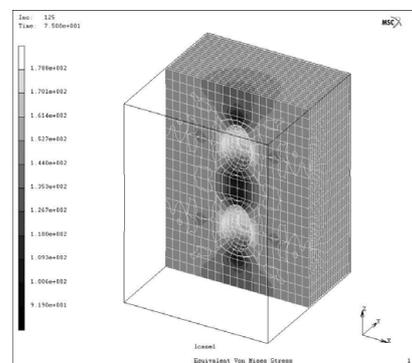


Fig.8 Distribution of equivalent stress (compression $\theta = 90^\circ$)

3. 2 圧縮負荷と引張り負荷の比較

次に、モデル全体にかかる巨視的な応力-ひずみ関係および空孔近傍の局所的な応力とモデル全体に与えた巨視的なひずみの関係を Fig.9, 10, 11 に示す。まず、巨視的な応力に関しては、配列角 $\theta = 90^\circ$ のモデルにおいて、引張り負荷の場合の応力値が高くなっているものの、圧縮と引張りの負荷や空孔配列による大きな差異は認められなかった。しかしながら、空孔近傍の最大応力に関しては、圧縮負荷における応力値の方が高くなっており、さらに初期段階では応力値に圧縮側と引張り側の差は認められないが、負荷されたひずみが大きくなるにつれて応力差が拡大している。こうした傾向は、負荷ひずみに伴う空孔の形状変形が大きく影響しているものと考えられ、前節で示した相当応力分布解析結果と対応するものである。

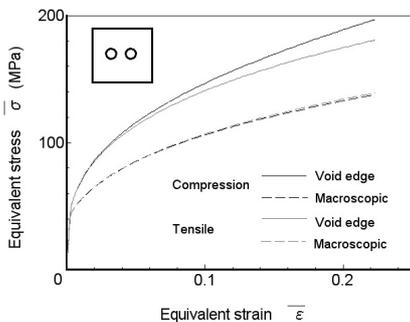


Fig.9 Equivalent stress - strain curves ($\theta = 0^\circ$)

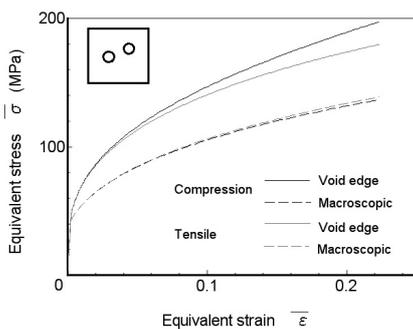


Fig.10 Equivalent stress - strain curves ($\theta = 30^\circ$)

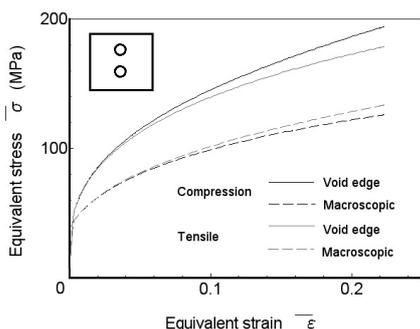


Fig.11 Equivalent stress - strain curves ($\theta = 90^\circ$)

3. 3 圧縮-引張り負荷

各空孔配列角 $\theta = 0^\circ, 30^\circ, 90^\circ$ のモデルにおいて、圧縮-引張り負荷を与えた場合の相当応力分布を Fig.12 ~ 17 に示す。モデル全体に与える負荷経路は、まず圧縮側に相当ひずみ $\epsilon = 0.223$ を与えた後、引張り側に相当ひずみ $\epsilon = 0.223$ を与えている。Fig.12, 14, 16 は、単軸圧縮後単軸引張り負荷に切り替わり、モデル全体のひずみが 0 に戻った段階での、各空孔配列角モデルの相当応力分布である。Fig.13, 15, 17 は、引張り側に相当ひずみ $\epsilon = 0.223$ を与えた最終段階における相当応力分布を示している。モデル全体に与えたひずみを 0 に戻した段階で、空孔近傍の最大応力値は、配列角 $\theta = 0^\circ$ のモデルの場合、 $\sigma_{max} = 250.6MPa$ 、配列角 $\theta = 30^\circ$ の場合 $\sigma_{max} = 248.5MPa$ 、 $\theta = 90^\circ$ の場合 $\sigma_{max} = 244.7MPa$ であった。また、材料内部にも応力の分布が存在しており、圧縮負荷の影響が非常に大きいものと考えられる。モデルに与えた負荷の最終段階においては、空孔近傍の最大応力値は、配列角 $\theta = 0^\circ$ のモデルの場合、 $\sigma_{max} = 282.8MPa$ 、配列角 $\theta = 30^\circ$ の場合 $\sigma_{max} = 277.7MPa$ 、 $\theta = 90^\circ$ の場合 $\sigma_{max} = 274.4MPa$ であった。

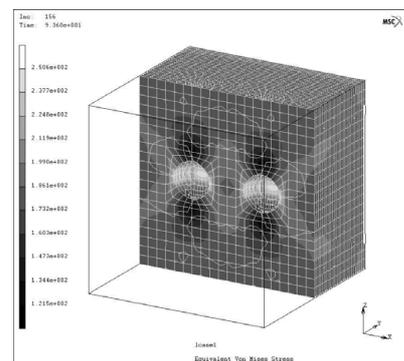


Fig.12 Distribution of equivalent stress (compression $\theta = 0^\circ$)

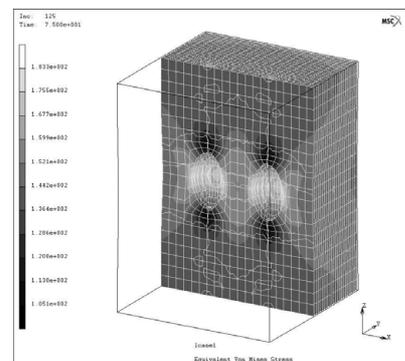


Fig.13 Distribution of equivalent stress (compression-tensile $\theta = 0^\circ$)

モデル全体に与えたひずみを0に戻した状態から、さほど最大応力値が増加していないことが認められた。3.1節における単軸引張り負荷のみの場合と比較すると、いずれの空孔配列角のモデルにおいてもおよそ100MPaほど高くなっており、負荷履歴の影響が認められた。

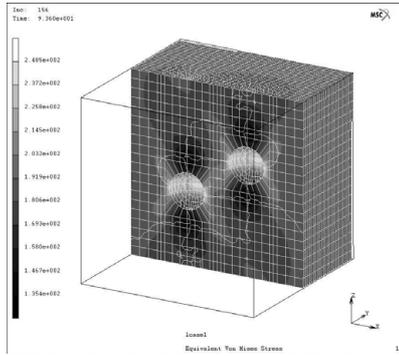


Fig.14 Distribution of equivalent stress (compression $\theta = 30^\circ$)

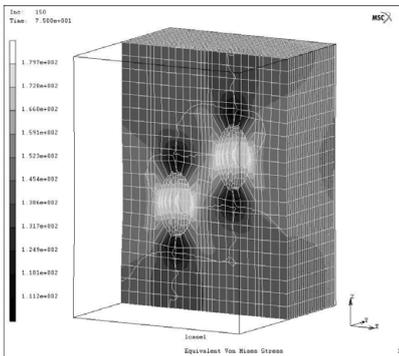


Fig.15 Distribution of equivalent stress (compression-tensile $\theta = 30^\circ$)

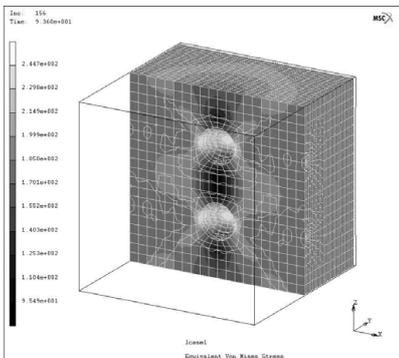


Fig.16 Distribution of equivalent stress (compression $\theta = 90^\circ$)

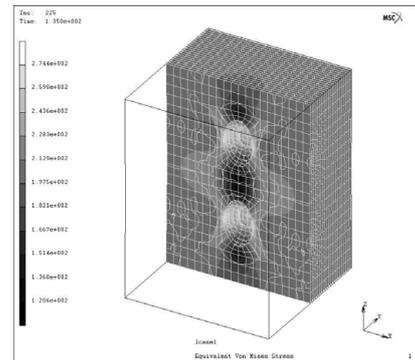


Fig.17 Distribution of equivalent stress (compression-tensile $\theta = 90^\circ$)

次に、各空孔配列モデルについて、空孔近傍の応力とモデル全体に与えた巨視的なひずみの関係を、以下のFig.18～20に示す。圧縮側への変形の場合、応力の変化率が大きい、その後の引張り負荷の場合、空孔近傍の応力の変化は非常に小さいものとなることが分かった。また、空孔配列角による差異はあまり認められなかった。以上の結果は、負荷ひずみに伴う空孔の形状変形が大きく影響しており、特に空孔端の曲率半径の変化と大きく関係していることが考えられる。

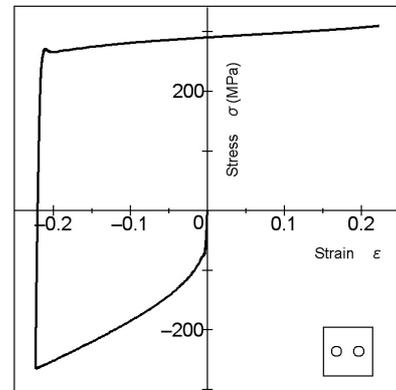


Fig.18 Stress-strain curve ($\theta = 0^\circ$)

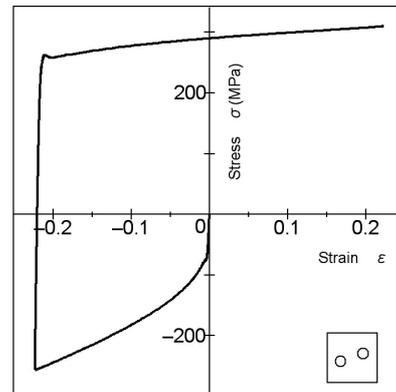


Fig.19 Stress-strain curve ($\theta = 30^\circ$)

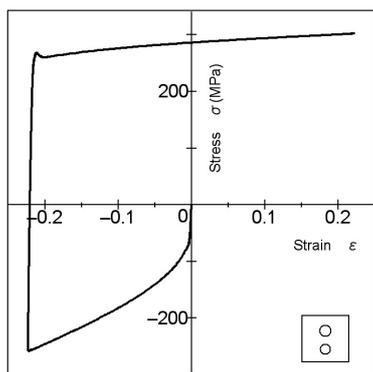


Fig.20 Stress-strain curve ($\theta = 90^\circ$)

4. 結 言

本研究において、ボイドを近接して含む延性材料の単純な有限要素モデルとして、球状空孔を有する3次元体モデルを設定し、負荷経路や空孔配列の違いによる弾塑性変形挙動の変化について数値解析を行った。相当応力分布の解析結果から、 $\theta = 30^\circ$ のモデルにおいては、他のモデルに比べて空孔相互の干渉が認められ、空孔配列角 θ の増加とともに最大応力値が低下する傾向が見られるものの、空孔近傍での応力値に空孔配列角による大きな差異は現れなかった。しかしながら、圧縮と引張りの負荷ひずみの違いに伴う空孔の形状変形が、内部の応力状態に大きく影響していること、特に空孔端の曲率半径の変化と大きく関係していることが分かった。巨視的に与えたひずみが同じであっても、負荷履歴が異なることによって材料内部の空孔の形状変形などは影響を受け、局所的な変形挙動は大きく左右されることがわかった。したがって、材料の内部構造と巨視的な負荷履歴に対する変形挙動の関係を系統的に把握することで、塑性加工の効率化や部材の強度評価に一定の効果が期待できるものと考えられる。

参考文献

- [1] Viggo Tvergaard : J. of Mech. Phys. Solids Vol.24(1976), p.291.
- [2] Viggo Tvergaard : Int. J. of Solids and Structures Vol.18 No.8 (1982), p.659
- [3] Viggo Tvergaard : J. Mech. Phys. Solids Vol.30 No.4 (1982), p.265
- [4] Viggo Tvergaard : Computational Mechanics 20(1997), p.186
- [5] Viggo Tvergaard : Int. J. of Mechanical Sciences 42(2000), p.381
- [6] Thomas Ørts Pedersen : Computers and Structures 67(1998), p.279
- [7] Yasuhide Nakayama : Key Engineering Materials Vol.233-236 (2003), p.797
- [8] John W. Hutchinson : Numerical Solution of Nonlinear Structural Problems 7 (1973), ASME, New York.
- [9] 吉田総仁, 弾塑性力学の基礎, 共立出版 (1997)
- [10] M.Rappaz, M.Bellet and M.Deville : *Numerical Modeling in Materials Science and Engineering* (Translated by R.Snyder, Springer, Germany 2002).
- [11] 富田佳宏, 数値弾塑性力学, 養賢堂 (1990)