

# マルチスケールボイドを有する材料における ボイドの相互干渉についての研究

中山 恭秀\*・濱田 展光\*\*

## Interference between Voids in Sheet Metal Including Multi-Size Voids

Yasuhide Nakayama\*, Nobuhiko Hamada\*\*

### Abstract

The voids in a material have often important role for the ductile failure. Therefore, it is necessary to control the voids growth by the processing as a mean of improving material properties. As the various size of voids are actually distributed in a damaged material, the interaction among clustering of multi-size voids is also serious concern. In the present paper, aluminum sheets which contain multi-size holes have been treated as simple models of damaged materials. The behavior of elasto-plastic deformation and the interference between holes in these models under the uniaxial tensile load were evaluated by FEM analysis. As results of this work, it is shown that the array and the size of holes dominate the appearance of stress and have an influence on the interference between holes.

### 1. 緒言

延性金属材料中において、ボイドの形状変形や成長といった過程は、材料の機械的性質に影響を与える非常に重要な問題である。こうした問題に関しては、これまでもJonas Faleskog and C.Fong Shih [1, 2] らが様々な研究を行っている。

ボイドの変形の進展・成長過程においては、ボイド近傍の応力・ひずみ状態が影響していると考えられ、こうしたボイド近傍の応力・ひずみ解析が重要となる。また、実際の材料に即して解析する場合には、その内部に同一サイズのボイドばかり分布していることは考えにくく、様々なサイズのボイドが分布していることを考慮することになる。したがって、サイズの異なるボイドが近接して分布している状態をモデル化した上での、ボイドの形状変化・ボイド近傍の応力・ひずみ状態の解析が求められる。

そこで本研究では、延性材料中にサイズの異なる複数のボイドが近接して分布するモデルを設定し、ボイド近傍の応力・ひずみ状態、ボイドの分布形態とボイド相互の干渉の関係についてコンピュータによる弾塑性変形シミュレーションを行い、ボイド近傍の応力・ひずみの状態がボイドの分布状態・孔径

比の変化によって空孔間の干渉の影響の変化について解析・検討した。

### 2. 有限要素法解析

#### 2. 1 構成式

本研究では、汎用有限要素法プログラムにより弾塑性変形解析を行う。この解析では、応力速度の定式化にCauchy応力のJaumann速度を用いるが、Cauchy応力のJaumann速度 $\overset{\nabla}{\sigma}_{ij}$ は次式[3, 4, 5]で表される。

$$\overset{\nabla}{\sigma}_{ij} = D_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl} \quad (1)$$

ここで $D_{ijkl}$ は、相当応力 $\bar{\sigma}$ 、偏差応力 $s_{ij}$ 、横弾性係数 $G$ 、ポアソン $\nu$ 、瞬間硬化係数 $H$ を用いて次式のよ

$$D_{ijkl} = G \left\{ \delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk} + \frac{2\nu}{1-2\nu} \delta_{ij} \delta_{kl} \right\} - \alpha \frac{3G s_{ij} s_{kl}}{\bar{\sigma}^2 (H'/3G + 1)} \quad (2)$$

ここで、 $\alpha$ は応力点が弾性域であるとき $\alpha = 0$ 、応力点が降伏曲面上にあり応力速度が外向きのとき

\* 弓削商船高等専門学校電子機械工学科

\*\* 弓削商船高等専門学校専攻科生産システム工学専攻

$\alpha = 1$ の値をとる。

### 2. 2 解析モデル

本研究では、材料中に径の異なるボイドが近接して分布する単純モデルのシミュレーションをMSCソフトウェア社のMSC.Marc Mentatを使用し解析を行った。また、モデル形状を決定する各パラメータをTable.1に示す。Table.1の各パラメータの示す場所をFig.1に示した。解析モデル形状は、 $20 \times 20$  (mm)の正方形薄板に直径の異なる2種類の円孔を2つずつ配置したものとした。モデルの材料は、工業用純アルミニウムとし加工硬化指数 (n 値) を0.34, ヤング率: 70 (GPa), ポアソン比: 0.33とした。要素分割モデルをFig.2に示す。有限要素は3角形6節点要素で作成した。また、分割後の要素数は、10000~16000である。これらのモデルに対して単軸引張り荷重を加えた場合の円孔近傍の応力・ひずみの変化, 円孔形状の変化について検討する。

Table 1 Setting of parameter

大円孔直径	$d_a$	2 (mm)
孔径比	$d_b/d_a$	0.125, 0.25, 0.5
大円孔中心間距離	$a$	6 (mm)
小円孔中心間距離	$b$	4 (mm)
大円孔配列角	$\theta_a$	$0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$
小円孔配列角	$\theta_b$	$0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$

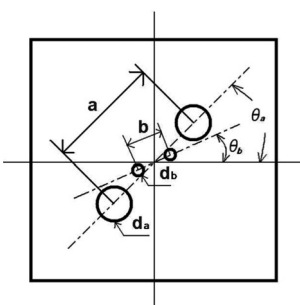


Fig.1 Array angle of holes

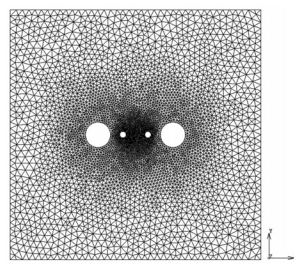


Fig.2 Mesh data for FEM analysis

### 3. 有限要素法解析結果

#### 3. 1 大円孔配列角 $\theta_a = 0^\circ$ モデル

小円孔配列角を変化させた場合の, 孔径比 $d_b/d_a = 0.5$ としたモデルについて, 単軸引張り負荷における解析結果を示す。Fig.3,4,5はモデルの巨視的なひずみが0.0319の段階における相当応力分布を示す。またFig.6,7,8は円孔近傍A点・B点における応力-ひずみ線図を示す。

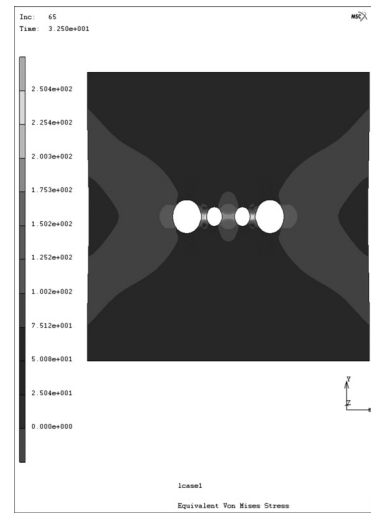


Fig.3 Distribution of equivalent stress ( $\theta_b = 0^\circ$ )

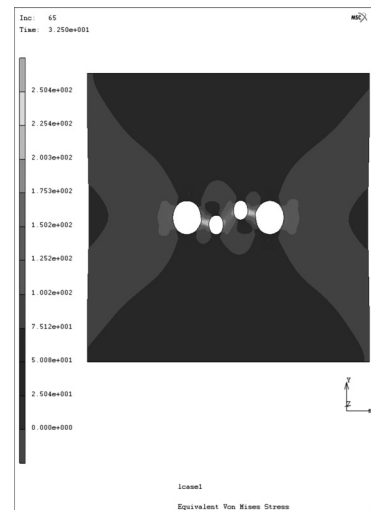


Fig.4 Distribution of equivalent stress ( $\theta_b = 30^\circ$ )

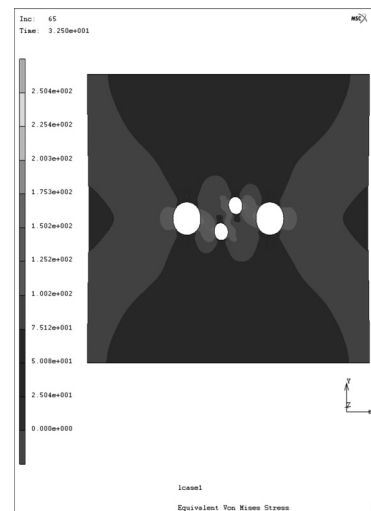


Fig.5 Distribution of equivalent stress ( $\theta_b = 60^\circ$ )

他の孔径比 $d_b/d_a$ や円孔配列角 $\theta_a, \theta_b$ の異なる全モデルの中で、小円孔配列角 $\theta_b = 0^\circ$ としたモデルにおいて、円孔近傍の応力が最も高くなった。これは、円孔近傍A点-B点間の応力差も大きく、応力分布からも円孔間の干渉が強くなっているためと考えられる。また、モデル全体のひずみが0.015を越えると、大円孔近傍A点の応力が小円孔近傍B点を追っている。小円孔側でアルミの引張り強さ150 (MPa) に近い応力が生じ円孔の変形が著しくなったと判断できる。

小円孔配列角 $\theta_b = 60^\circ$ に近づくと円孔近傍A点-B点間の応力差も小さくなり大小円孔間の干渉が弱くなることを確認できた。円孔の相互干渉の強弱は、Fig.9に示すせん断帯の影響を大きく受けるものと考えられる。具体的には、Fig.9 (a)の淡色で示したせん断帯発生が重ならない領域に小円孔が存在するか、Fig.9 (b)の濃色で示したせん断帯が重なる領域に小円孔が存在するかによって応力状態が大きく異なると考えられる。よって、小円孔配列角 $\theta_b = 60^\circ$ に近づくと、Fig.9 (b)の濃色で示した領域から小円孔が遠ざかるため、小円孔近傍の応力が低下していると考えられる。また、小円孔配列角 $\theta_b = 60^\circ$ のモデルでは、大小円孔の形状は荷重方向と長軸が一致した楕円形となった。これに対して、 $\theta_b = 30^\circ, 60^\circ$ とした場合、小円孔はひずんだ楕円形となっている。このことから、小円孔側にはせん断応力の影響が強いと考えられる。

### 3. 2 大円孔配列角 $\theta_a = 30^\circ$ モデル

Fig.10, 11, 12は、小円孔配列角を変化させた場合の、孔径比 $d_b/d_a = 0.25$ としたモデルについて、モデルの巨視的なひずみが0.0319の段階における相当応力分布を示す。また、Fig.13, 14, 15は前節と同様円孔近傍における応力-ひずみ線図を示す。

これらのモデルの場合、小円孔配列角 $\theta_b = 30^\circ$ において応力が最大となった。これは、ひずみが集中して発生するせん断帯方向に円孔が分布していたためと考えられる。応力分布は円孔間の塑性域がせん断帯に沿って発達している。また、小円孔配列角 $\theta_b$ の変化に伴う円孔近傍A点-B点間の応力差も大きな変化が確認できないため、せん断帯の影響が大きいと考えられる。円孔形状の変形は、小円孔配列角 $\theta_b = 30^\circ$ としたモデルでは、小円孔が大円孔近傍の応力が集中している部分に向けて引張られるひずんだ楕円形となっている。大円孔も小円孔近傍の応力の集中している部分に引張られる変形が認められ、荷重方向に対する円孔の分布形態が、モデル内部の変形状態に大きく影響することが分かった。

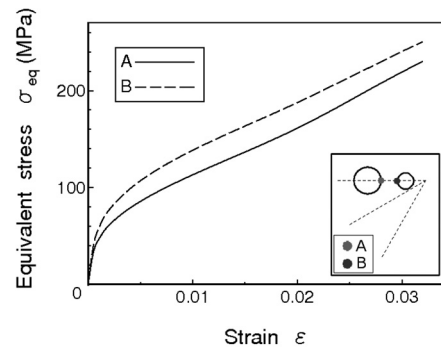


Fig.6 Stress - strain curves ( $\theta_b = 0^\circ$ )

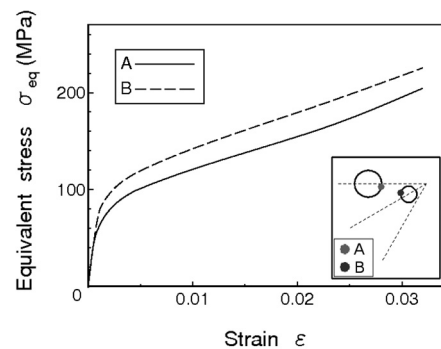


Fig.7 Stress - strain curves ( $\theta_b = 30^\circ$ )

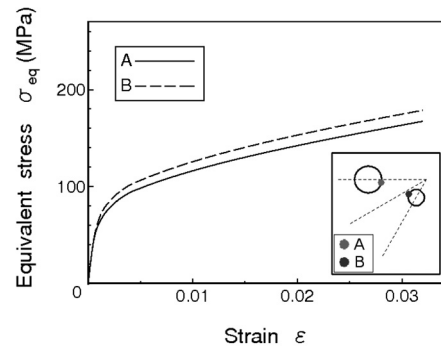


Fig.8 Stress - strain curves ( $\theta_b = 60^\circ$ )

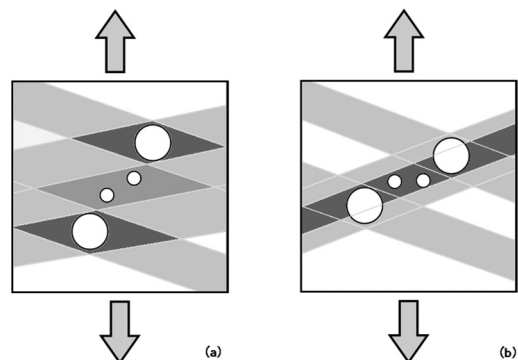


Fig.9 Development of shear band and interference between booids

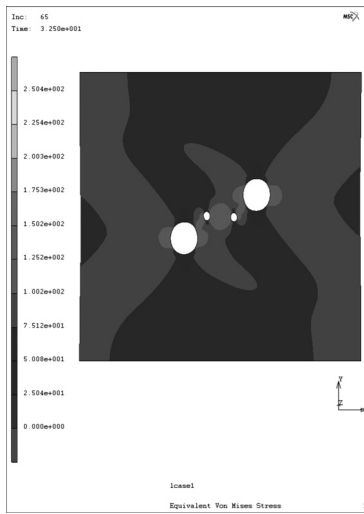


Fig.10 Distribution of equivalent stress  
( $\theta_b = 0^\circ$ )

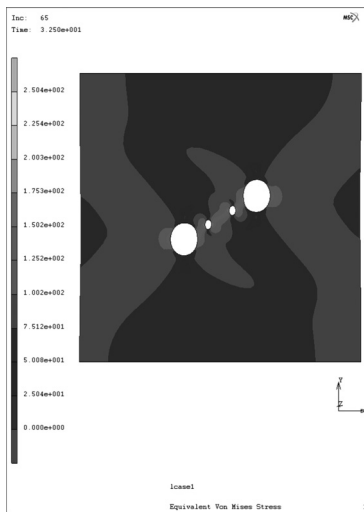


Fig.11 Distribution of equivalent stress  
( $\theta_b = 30^\circ$ )

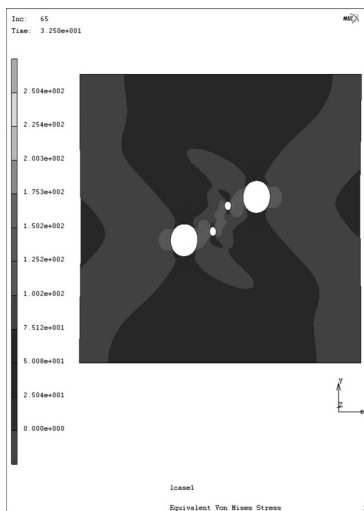


Fig.12 Distribution of equivalent stress  
( $\theta_b = 60^\circ$ )

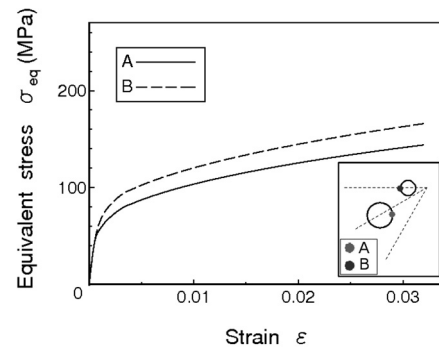


Fig.13 Stress - strain curves  
( $\theta_b = 0^\circ$ )

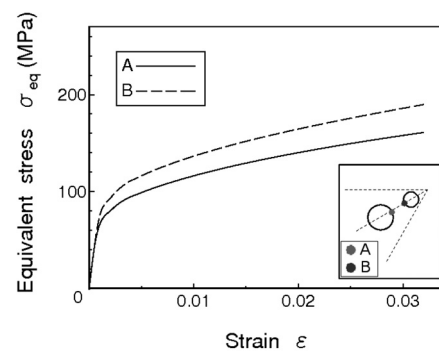


Fig.14 Stress - strain curves  
( $\theta_b = 30^\circ$ )

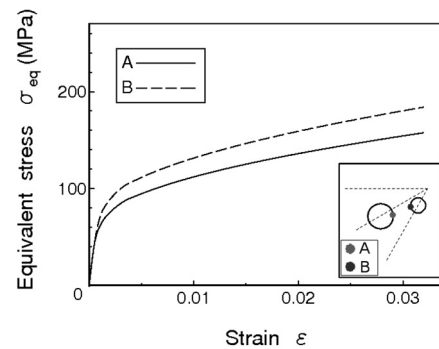


Fig.15 Stress - strain curves  
( $\theta_b = 60^\circ$ )

### 3. 3 大円孔配列角 $\theta_a = 60^\circ$ モデル

Fig.16, 17, 18は小円孔配列角を変化させた場合の、孔径比 $d_b/d_a = 0.125$ のモデルにおける相当応力分布を示す。これまで同様、モデルの巨視的なひずみは0.0319である。Fig.19, 20, 21は円孔近傍A点・B点における応力-ひずみ線図を示す。

これまでのモデルと比べ、小円孔配列角 $\theta_b = 0^\circ$ ,  $30^\circ$ としたモデルでは応力-ひずみ線図において、円孔近傍A点・B点の応力の大きさが入れ替わっていることが確認できる。これは、大円孔側に応力が集中しているため、大小円孔間の領域ではあまり負

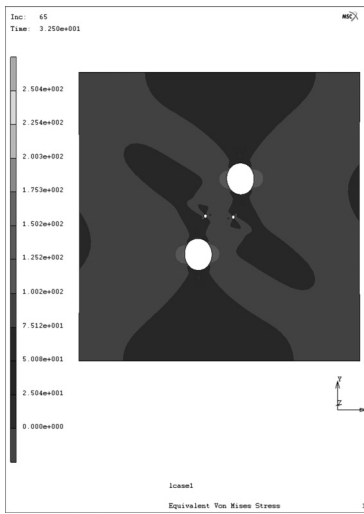


Fig.16 Distribution of equivalent stress ( $\theta_b = 0^\circ$ )

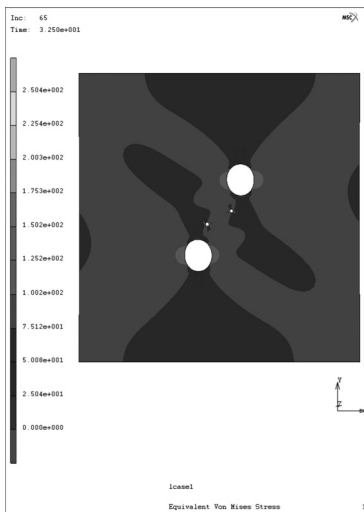


Fig.17 Distribution of equivalent stress ( $\theta_b = 30^\circ$ )

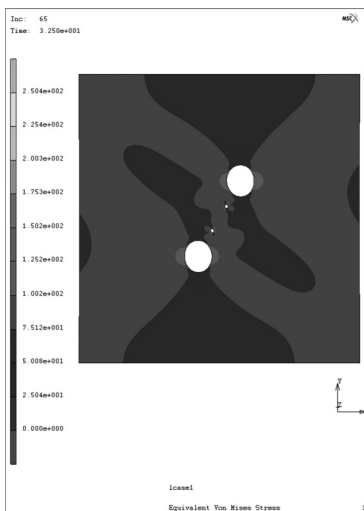


Fig.18 Distribution of equivalent stress ( $\theta_b = 60^\circ$ )

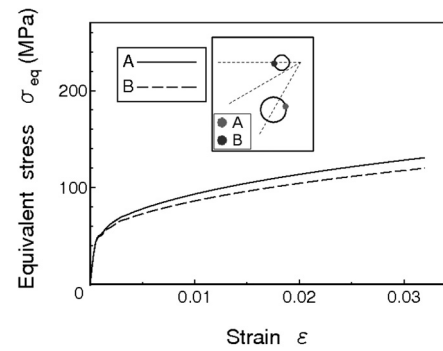


Fig.19 Stress - strain curves ( $\theta_b = 0^\circ$ )

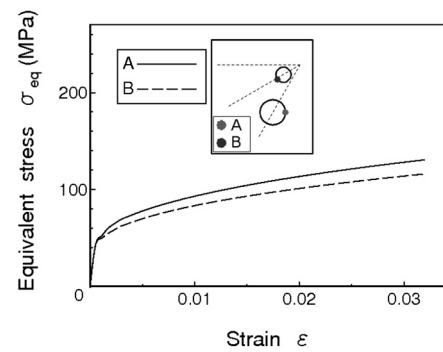


Fig.20 Stress - strain curves ( $\theta_b = 30^\circ$ )

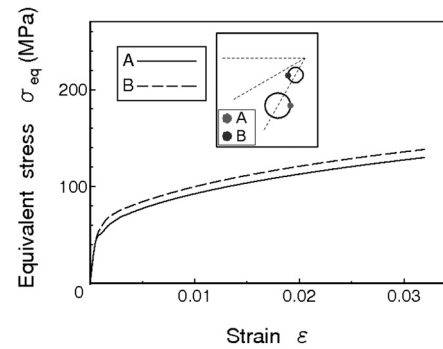


Fig.21 Stress - strain curves ( $\theta_b = 60^\circ$ )

荷を受け持たず、大円孔単体で負荷を主に受け持っていることが判断できる。また、3つのモデルは Fig.8 (a) に示した状態と同じと考えられ、大円孔からの干渉が小さい。しかし、小円孔配列角  $\theta_b = 60^\circ$  では、小円孔近傍 B 点の応力が大円孔近傍 A 点の応力より大きくなっている。これは、円孔が一直線に並び、応力分布から大小円孔間の干渉が大きいと考えられる。円孔の変形から見ても小円孔配列角  $\theta_b = 60^\circ$  に関しては、小円孔配列角  $\theta_b = 0^\circ, 30^\circ$  としたモデルに比べ大きく斜めに変形している。小円孔近傍では、せん断応力が大きく作用している。ま

た、応力分布からも塑性域は荷重方向に対して傾いて発達している。小円孔近傍から発達するせん断帯が重なるFig.8 (b)と同じ状態になり小円孔間の干渉が強くなり現れるものと考えられる。また、大円孔近傍A点における応力が小円孔近傍B点の応力より小さくなっているが、これは、小円孔間の干渉が強くなり、変形が小円孔間の領域に集中し、円孔近傍A点-B点間の領域での円孔相互の干渉が弱いと考えられる。

### 5. 円孔近傍応力の円孔配列角による比較

Fig.22, 23, 24は、縦軸に円孔近傍A点・B点における相当応力、横軸に大円孔配列角 $\theta_a$ をとったものである。全てのモデルで応力の大きさは違うが、円孔配列角 $\theta_a, \theta_b$ による変化はほぼ同じ挙動を示している。しかし、孔径比 $d_b/d_a=0.25$ 以下とした場合、孔径比 $d_b/d_a=0.5$ としたモデルほど大きな応力変化は確認できなかった。また、大円孔配列角 $\theta_a=60^\circ$ ではいずれのモデルにおいても、円孔近傍A点・B点もしくは孔径比 $d_b/d_a$ の違いによる応力の差が小さく円孔間の干渉がかなり弱くなること分かる。

大円孔と小円孔のどちらが変形に対して支配的か検討してみると、小円孔配列角 $\theta_b$ を一定として大円孔配列角 $\theta_a$ を変化させた場合、大円孔配列角 $\theta_a$ を一定として小円孔配列角 $\theta_b$ を変化させた場合に比べ、円孔近傍B点での応力の変化が大きく大円孔側の干渉が円孔間の領域における変形に対し支配的になっていると考えられる。

孔径比 $d_b/d_a=0.25$ 以下の場合において、円孔配列角 $\theta_a, \theta_b=30^\circ$ としたモデルでは、円孔配列角 $\theta_a, \theta_b=0^\circ$ としたモデルに比べ小円孔近傍B点での応力が低くなっているのにも関わらず、大円孔近傍A点での応力は、円孔配列角 $\theta_a, \theta_b=0^\circ$ とした場合より、 $30^\circ$ とした場合の応力が高くなっている。これは、円孔配列角 $\theta_a, \theta_b=0^\circ$ の分布状態だと、大円孔から小円孔への干渉が強くなり、円孔配列角 $\theta_a, \theta_b=30^\circ$ とした分布状態では、円孔がせん断帯の発達する方向に配列しており、円孔配列方向にひずみがより集中して発達する影響を受け、大小円孔の相互間の干渉が強くなるものと考えられる。

孔径比 $d_b/d_a=0.5$ としたモデルは、円孔配列角 $\theta_a, \theta_b$ による変化が顕著に現れている。また、円孔配列角 $\theta_a, \theta_b=0^\circ$ としたモデルでは、円孔配列角 $\theta_a, \theta_b=30^\circ$ とした場合に比べ応力が高くなっていることから、せん断帯発達の影響よりも円孔間の相互干渉による影響が大きく出ていると考えられる。

全てのモデルにおいて孔径比が同じ場合、円孔配列角 $\theta_a, \theta_b=0^\circ$ としたモデルで、円孔近傍の応力が最も大きくなっている。円孔配列角 $\theta_a, \theta_b$ の変化に

よる違いも特に小円孔側で大きく現れている。また、大円孔からの影響が支配的になるが、大円孔配列角 $\theta_a=60^\circ$ になると荷重方向と円孔配列方向が近いので、円孔間の干渉が弱くなっている。

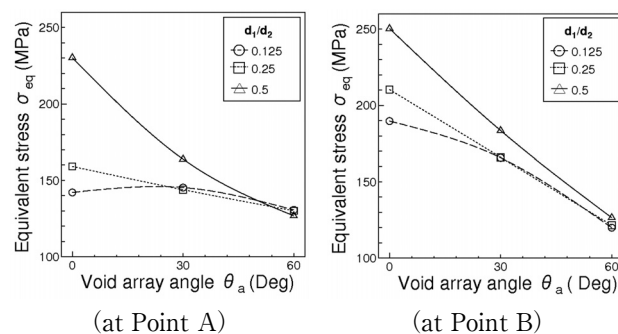


Fig.22 Relationship between void array and equivalent stress ( $\theta_b=0^\circ$ )

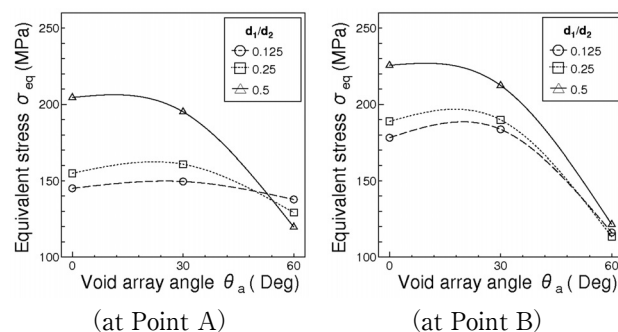


Fig.23 Relationship between void array and equivalent stress ( $\theta_b=30^\circ$ )

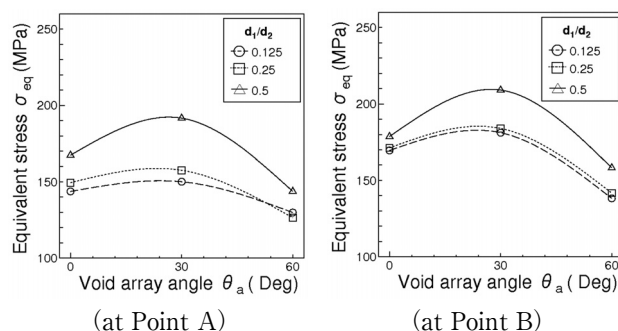


Fig.24 Relationship between void array and equivalent stress ( $\theta_b=60^\circ$ )

## 5. 結 言

本研究では、延性材料中にサイズの異なる複数のボイドが近接して分布する延性材料モデルを設定し、円孔配列角 $\theta_a, \theta_b$ および孔径比 $d_b/d_a$ を変化させ単軸引張負荷をかけた場合の円孔近傍の応力・ひず

み状態をシミュレーションソフトウェアにより解析し以下の結果を得た。

孔径比 $d_b/d_a$ の違いや円孔配列角 $\theta_a, \theta_b$ の変化により円孔近傍の応力状態や円孔形状の変形挙動は大きく変化することが分かり、円孔の分布状態が材料の変形挙動に大きな影響を与えていることが確認できた。また、大円孔配列角 $\theta_a=30^\circ$ としたモデルの場合、せん断帯発達方向に円孔が分布しているため、円孔間の領域における変形に対する影響が大きく、大小円孔間の干渉が強く現れることが分かった。円孔配列角 $\theta_a, \theta_b=0^\circ$ とした場合、大円孔からの干渉が強く現れ円孔近傍の応力が高くなりモデルの強度として低下することが確認できた。特に、孔径比 $d_b/d_a=0.5$ としたモデルでは、円孔配列角の変化の影響が顕著に現れた。

上記のことから、モデル全体に与えた巨視的なひずみと同じであっても、円孔の分布状態・孔径比によって円孔近傍の応力は大きく異なり、円孔相互間の干渉の度合いも大きく変化することが分かった。また、大円孔は孔径比に小円孔は円孔配列角に大きく影響されることが分かった。したがって、内部の欠陥・介在物・ポイドの分布状態・孔径比を分析することで、材料の強度や材料内部の変形状態を予測することができると考えられる。本研究で得られたシミュレーション結果は、材料加工における、最適負荷状態を求める有効な手段になり得る。

#### 参考文献

- [1] Jonas Faleskog and C.Fong Shih : J. Mech. Phys. Solids Vol.45 No.1 (1997), pp.21-50.
- [2] Weiqing Wang and Z.Suo : J. Mech. Phys. Solids Vol.45 No.5 (1997), pp.709-729.
- [3] 富田佳宏：数値弾塑性力学，(1990)，養賢堂.
- [4] 吉田 総仁：弾塑性力学の基礎，(1997)，共立出版.
- [5] M.Rappaz, M.Bellet and M.Deville : *Numerical Modeling in Materials Science and Engineering* (Translated by R.Snyder), (2002), Springer.

