

ピットおよび貫通孔を有する丸棒の曲げ

鶴 秀登*・秦 昂平**・小丸 維斗***

Stress Analysis for Cylindrical Bar with a Pit under Bending

Hideto Tsuru*, Kohei Hata** and Yuito Komaru***

Abstract

The finite element method (FEM) is applied to calculate stress concentration factors of a cylindrical bar having a circular hole or a circular pit under bending. Numerical calculations are done for various sizes of circular hole or pit by using the commercial FEM software MSC.Nastran and MSC.Patran. According to the results, maximum stress on the edge of notch does not occur at the point on the surface of the tensile side. The stress concentration factors are illustrated in charts for wide use.

1. 緒 言

構造物の変形や破壊のメカニズムを解明していく上で材料特性とともにその応力状態を明らかにすることは非常に重要である。中でも構造的欠陥やねじ穴など部材の切欠きによって生じる応力集中とその最大応力を明らかにすることは、強度設計を行う上で必要不可欠である⁽¹⁾⁽²⁾。しかし、実際の問題では応力場の厳密解を理論的に得ることは不可能であり、近似解を数値的に得る数値解法が広く用いられている。数値解法のひとつである有限要素法 (Finite Element Method: FEM) は、工学における構造解析や流体解析、強度評価など幅広い分野で用いられており、近年、コンピュータ性能の向上、特に記憶容量の増大と処理速度の飛躍的向上とともに解析法自身の進化とともに、さまざまな問題に高精度の解析結果を与えることが可能となった。

本研究では、ピットおよび貫通孔を有する丸棒に曲げモーメントが作用する場合の応力集中問題を孔の寸法を変えて取り扱い、市販のFEMソフトを用いて数値解析し、その解析結果を図と表にまとめた。

2. 数値解析

Fig.1に示す中央にピットまたは貫通孔を有する丸棒が曲げモーメントを受ける問題を市販のFEM解析ソフト (MSC.Patran, MSC.Nastran) を用いて数値解析した。解析は、丸棒の直径 D と長さ L を一定とし、

ピット形状 (孔径 d と孔深さ h) を孔径比 $d/D=0.1, 0.3, 0.5, 0.7$, 孔深さ比 $h/D=0.125, 0.25, 0.5, 1.0$ に種々変化させた場合について、曲げモーメント M を作用させて数値解析を行った。そして、孔縁最小断面に生じる σ_z について調べ、最大引張応力 $(\sigma_z)_{\max}$ の生じる位置と応力集中係数について検討した。なお、解析には材料定数として縦弾性係数 $E=206\text{GPa}$, ポアソン比 $\nu=0.3$ を用いた。また数値解析は解析時間の短縮と要素分割数を増やす目的で、解析形状と荷重条件の対称性を利用し、Fig.2に示すように形状全体の1/4の領域で行った。なお要素形状にはTetメッシュ (四面体要素, 10節点) を用いた。さらに、分

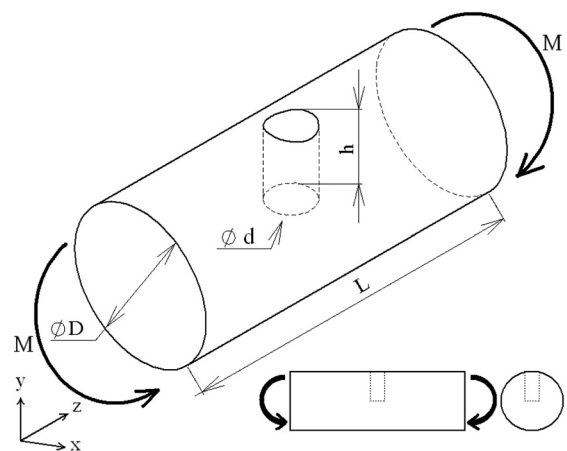


Fig.1 Schematic view of analysis model

* 弓削商船高等専門学校電子機械工学科

** マツダ株式会社

*** 弓削商船高等専門学校専攻科生産システム工学専攻

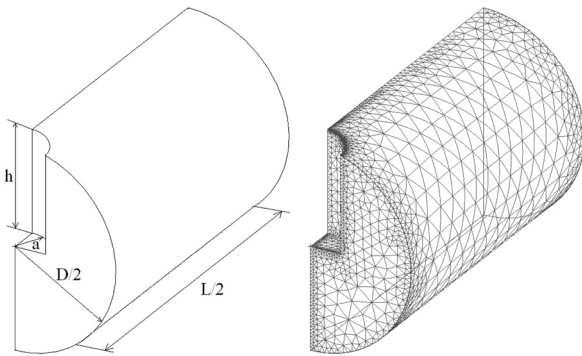


Fig.2 Analysis model and mesh pattern

割数については解の安定性を考慮した上でそれぞれ形状比に応じてメッシュサイズが同程度となるように適切な分割数を設定した。

3. 解析結果

3.1 最大応力 $(\sigma_z)_{max}$ の生じる位置

解析結果の応力分布から最大応力 $(\sigma_z)_{max}$ は丸棒外周の孔縁ではなく、外周より僅か孔深さ方向内側に生じることがわかった。これは先の研究で明らかにしたピットおよび貫通孔を有する厚板 (角棒) の曲げにも見られた現象である。

3.2 応力集中係数 K_t

Fig.3に式 (1) で定義する孔縁の最大引張応力 $(\sigma_z)_{max}$ を孔の無い場合の最大引張応力 σ_0 で無次元化した応力集中係数 K_t を示し、Table1にその数値結果を示す。孔が深い場合には孔径が大きいほど応力集中係数 K_t も大きくなっているが、孔が浅い場合には逆に緩やかに小さくなっていることがわかる。またどの孔深さ比においても孔径が十分に小さい場合には応力集中係数は3に近づくようである。

$$\left. \begin{aligned} K_t &= \frac{(\sigma_z)_{max}}{\sigma_0} \\ \sigma_0 &= \frac{M}{Z}, Z = \frac{\pi D^3}{32} \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

3.3 角棒の応力集中係数 K_t

先の研究⁽⁴⁾ で明らかにしたFig.4のピットおよび貫通孔を有する厚板 (角棒) の曲げについて、一辺がDとなる丸棒に外接する正方形断面棒の応力集中係数としてまとめてFig.5とTable2に示す。

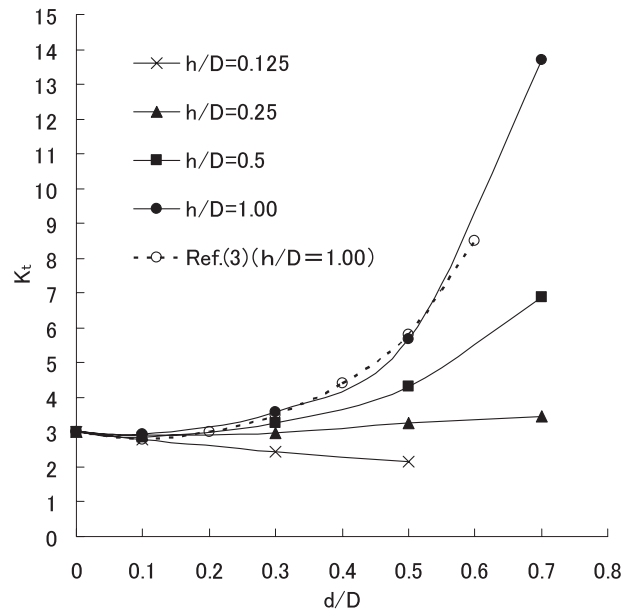


Fig.3 Stress concentration factor K_t

Table 1 Stress concentration factor K_t

d/D \ h/D	0.125	0.25	0.5	1
0	3.000	3.000	3.000	3.000
0.1	2.782	2.928	2.863	2.958
0.3	2.442	2.967	3.260	3.586
0.5	2.144	3.268	4.301	5.684
0.7	****	3.450	6.884	13.715

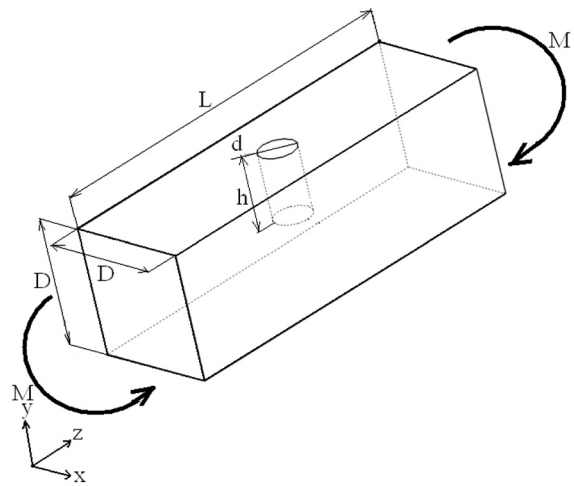


Fig.4 Schematic view of analysis model

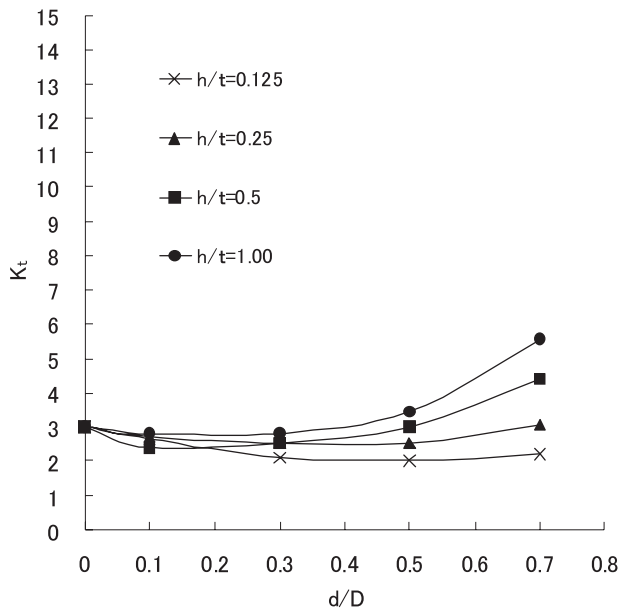


Fig.5 Stress concentration factor $K_{t\circ}$

Table 2 Stress concentration factor $K_{t\circ}$

d/D \ h/t	0.125	0.25	0.5	1
0	3.000	3.000	3.000	3.000
0.1	2.667	2.717	2.402	2.822
0.3	2.110	2.538	2.542	2.822
0.5	2.030	2.521	3.001	3.439
0.7	2.207	3.067	4.402	5.561

Table 3 Stress concentration $K_{t\circ}/K_{t\sqcap}$

d/D \ h/D	0.125	0.25	0.5	1
0	1.000	1.000	1.000	1.000
0.1	1.043	1.078	1.192	1.048
0.3	1.158	1.169	1.282	1.271
0.5	1.056	1.297	1.433	1.653
0.7	****	1.125	1.564	2.466

3. 4 丸棒と正方形断面棒の応力集中係数 K_t の比較

丸棒と正方形断面棒の応力集中係数について比較, 検討した。Table3に直径Dの丸棒の応力集中係数 $K_{t\circ}$ と一辺Dの正方形断面棒の応力集中係数 $K_{t\sqcap}$ の比 $K_{t\circ}/K_{t\sqcap}$ を示す。

全ての形状比において正方形断面棒に比べ丸棒の応力集中係数の方が大きい。しかし, 孔径比が小さい場合, または孔が浅い場合には応力集中係数にあまり大きな差はないが, 孔が大きいほど, また孔が深いほど正方形断面棒に比べ丸棒の応力集中係数の方が明らかに大きくなっていくことが分かる。このことについては付録に示した。

4. 結 言

中央にピットおよび貫通孔を有する丸棒が曲げモーメントを受ける応力集中問題を市販のFEMソフトを用いて解析し, ピットの孔径と孔深さが応力集中係数 K_t に及ぼす影響を調べた。そして, その結果を定量的に評価し, 定性的に理解できるように図と表にまとめた。また応力集中係数については正方形断面棒の場合との比較も行った。得られた結果は以下の通りである。

1. 最大応力 (σ_z)_{max} は孔縁の丸棒表面ではなく, 僅か孔深さ方向内側に生じる。
2. 丸棒, 正方形断面棒ともに孔が大きく, 深いほど応力集中係数は大きくなり, 孔が十分小さい場合には応力集中係数は $K_t=3$ となる。
3. 正方形断面と丸棒を比較すると丸棒のほうが応力集中係数は大きい, が, 孔が非常に小さい場合や浅い場合にはその差は小さくなる。

参考文献

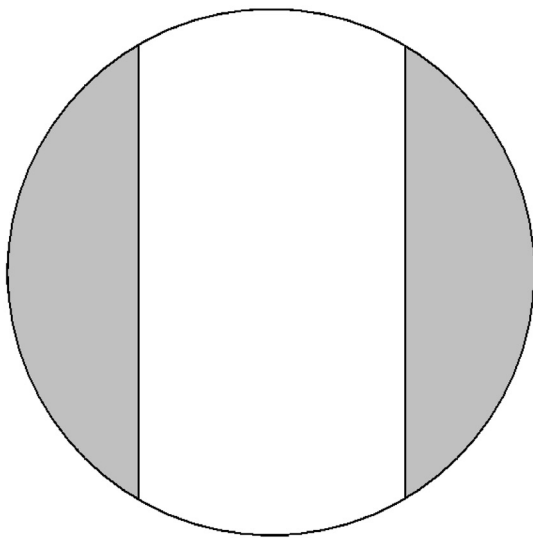
- (1) 西谷：日本機械学会論文集 (A編) 48 - 447 (S58 - 11)
- (2) 村上：応力集中係数の考え方(養賢堂) (2005 - 7)
- (3) 中原：材料力学上巻 (養賢堂) (S43 - 10)
- (4) 鶴・秦：弓削商船高専紀要第31号 PP.55-61 (2009-2)

付 録

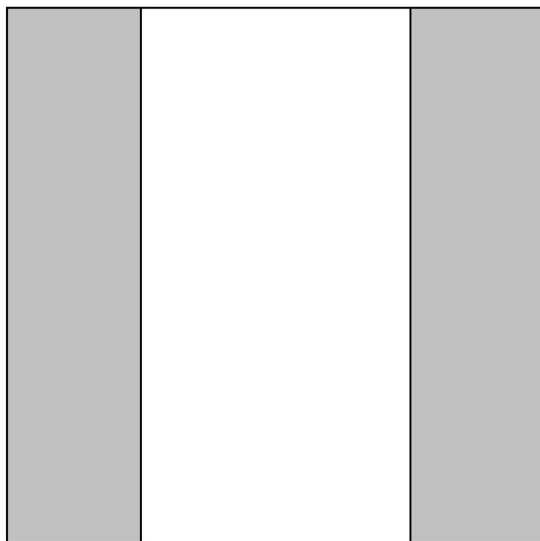
丸棒と正方形断面棒の断面形状および断面積の比較

(i) 断面形状の比較

Fig.A1に貫通孔をもつ円断面と正方形断面の面積の比較を示す。正方形断面棒の場合、どの深さ位置でも最小切欠断面の幅は常に等しいが、丸棒の断面は円形であるため外周に近くなるほど先細りの形状となる。このことが正方形断面棒に比べ丸棒の応力集中が厳しくなった要因の一つと考えられる。



(a)

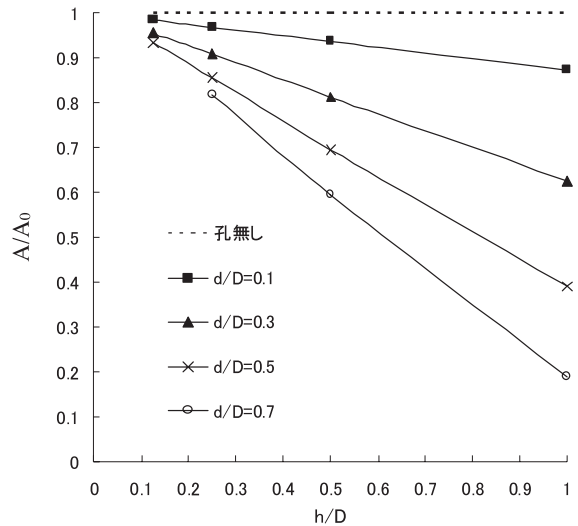


(b)

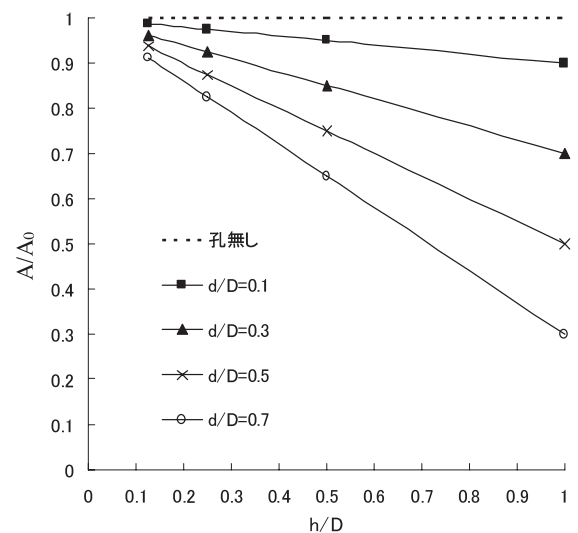
Fig.A1 Comparison of shape of cross sections

(ii) 断面積の比較

Fig.A2に円断面と正方形断面に孔がある場合の断面積Aの比較を示す。縦軸に孔のない断面積 A_0 で無次元化した値をとり、横軸は孔深比を用い、パラメータに孔径比をとった。孔径比と孔深比が小さい場合には断面積の減少率にあまり大きな差はないが、孔径比が大きく、孔が深くなる場合には正方形断面棒に比べ丸棒の断面積が急激に少なくなることが分かる。つまり孔を開けた場合、同じ孔径の孔であっても正方形断面棒に比べ丸棒は断面積の減少率が高いと言える。このことも正方形断面棒に比べ丸棒の応力集中が大きくなった要因の一つと考えられる。



(a) Cylindrical bar



(b) Regular square bar

Fig.A2 Comparison of sectional area