球状介在物を有する有限体の引張り

鶴　秀登 * ・柏原　一仁 ** ・村上　智洋 **

Tension of a Finite Body Containing a Spherical Inclusion

Hideto Tsuru*, Kazuhito Kashihara**, Tomohiro Murakami**

Abstract

This paper deals with the stress concentration in an elastic body with a defect. Stresses in a finite body containing a spherical inclusion under tension are calculated by means of a finite element method (FEM). Numerical calculations are done for various combinations of the size and the rigidity of a spherical inclusion and a finite body. The results of these calculations are illustrated in charts.

１．緒　　言

近年，コンピュータを用いた数値シミュレーションが広い分野で試みられ，有益な結果を提供している．実験が行えない場合や現象を可視化したい場合には，シミュレーションは有力な手段となり得る．また，時間や費用を考えてシミュレーションを利用することも広く行われている．しかし，シミュレーションは実際の現象を推定しているのであって，現象を正確にとらえている場合はまれである．その原因は，強度評価に用いられる有限要素法 (Finite Element Method:FEM) を例に取ると，まず要素が有限個であり，形状が正確でないこと，次に実際問題の境界条件を完全にシミュレーションに取り込めないことがあげられる．特に後者については，モデル化を間違うと実際問題とかけ離れた問題を解いている場合がある．

本研究では，数値解析を行う場合に注意すべき事項について具体的に学ぶとともに設計に有益なデータを提供するために，有限要素法を用いた 3 次元問題の応力解析を行った．基本的な形状で基本的負荷の問題を用い，市販の有限要素法ソフトウェアの使用法に慣れ，そして要素分割と境界条件の取扱いにより数値計算結果が変化すること，そのことによって計算精度が推定できることなどを経験し，その結果を図表にまとめることを本研究の目的とした．具体的には，一様引張りを受ける円形および正方形断面棒の中央に球状介在物がある問題で，介在物と断面形状の大きさの比を種々変化させ，介在物まわりの最大応力に着目してデータを整理した．

２．解　析　条　件

まずここで取扱う球状介在物問題は，介在物が母材と離れることなく常につながっていて，介在物境界で変形が同じという完全密着の条件をもたせた．数値結果は無次元表示で示すが，数値計算に用いた寸法は円形断面棒では直径 $2B = 200mm$，正方形断面棒の一辺の長さ $2B = 200mm$ とし，球状介在物の直径 $2a$ は a/B を種々変化させるような寸法を用いた．この時棒の長さ $2L$ は，荷重端への有限長さの影響がでないように $2L = 400mm$ とした．また，棒の縦弾性係数を $E_m = 206GPa$，ポアソン比 $\nu = 0.3$ とし，球状介在物のポアソン比は $\nu = 0.3$ と同じにし，縦弾性係数 E_i は E_i/E_m のパラメータを種々変化させるように取った．

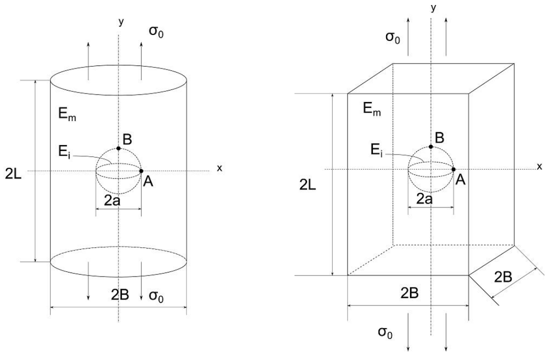
解析には市販の有限要素法解析ソフト (プリ・ポストプロセッサ MSC.Patran，ソルバ MD.Nastran) を用い，四面体要素，4 節点で計算した．なお数値計算は，問題の対称性を考慮し形状の 1/8 の領域に対称性を与えて行った．

３． 数値解析結果と検討

図 1(a)，(b) に一様引張りを受ける球状介在物を持つ円形断面棒と正方形断面棒を寸法記号とともに示す．図 2(a)，(b) に，FEM 解析のための要素分割例を示す．なお，ここでは荷重方向応力成分のみを

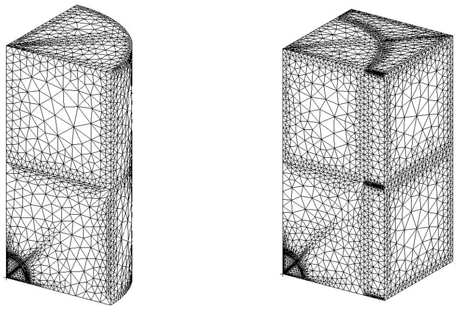
＊ 電子機械工学科
＊＊ 専攻科生産システム工学専攻

平成 23 年 9 月 30 日受理



(a) (b)

Fig. 1 球状介在物をもつ円形または正方形断面棒の一様引張り



(a) (b)

Fig. 2 要素分割図 (1/8 領域, $a/B = 0.2$)

取扱い，その局所的な最大応力 σ_{max} について，負荷応力 σ_0 で無次元化した次式の応力集中係数 K_t で表した．

$$K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_0} \tag{1}$$

まず，解の精度を検討するために要素分割と解の安定性について検討した．円形断面棒の場合軸対称問題であるが，正方形断面棒と同じように 1/8 領域に対称性を与えて数値計算を行った．表 1 に，負荷荷重方向に対して直交する断面で，球状介在物の直径と一致する断面の介在物まわり (赤道上)[1] の x 軸上の点 A の荷重方向応力と，それと 45 °，90 °離れた赤道上の点の応力を介在物円周の分割数とともに示す．この問題は赤道上ではどの点でも同じ応力になるが，安定した結果は分割数 60 の時に得られている．

同様に，表 2 に正方形断面棒の赤道上 3 点の応力の安定性を示す．位置によって応力は異なっているが，介在物まわりの分割数が 60 以上で安定するようである．これらを踏まえて，今後の計算は両断面形状とも球状介在物の 1/4 円周を 60 分割とした．

図 3 に円形断面棒の引張りにおける赤道上の点 A の荷重方向応力 K_t を，介在物と断面の形状比 a/B を横軸に取り，パラメータに剛性比 E_i/E_m を用いて示す．また，2 次元問題の結果 [2] も図中に示した．この結果は，空かが最も厳しいことを示しているが，2 次元問題と比較すると応力集中係数は小さいことがわかる．またその変化も $a/B = 0.5$ 以下でほぼ一定となり，外部の影響がほぼなくなる．図 4 には横

Table 1 円形断面棒の分割数と応力の安定性
($a/B = 0.5$, $E_i/E_m = 0.5$)

介在物 1/4 円周の分割数		40	60	80
σ_y/σ_0	点 A	1.39	1.40	1.40
	点 A から 45 °	1.39	1.40	1.40
	点 A から 90 °	1.39	1.40	1.40

Table 2 正方形断面棒の分割数と応力の安定性
($a/B = 0.5$, $E_i/E_m = 0.5$)

介在物 1/4 円周の分割数		40	60	80
σ_y/σ_0	点 A	1.38	1.39	1.39
	点 A から 45 °	1.39	1.38	1.39
	点 A から 90 °	1.38	1.39	1.39

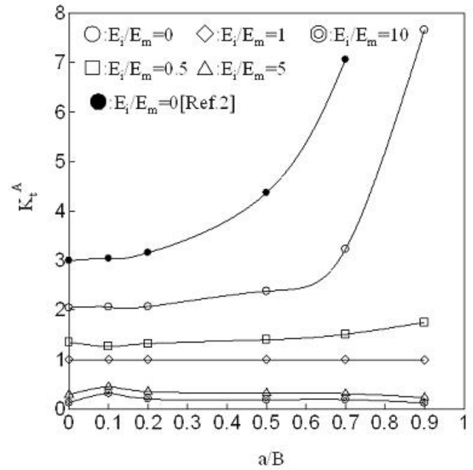


Fig. 3 円形断面棒の点 A の荷重方向応力

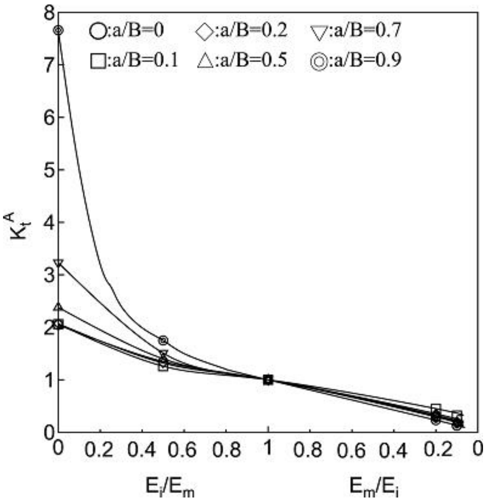


Fig. 4 円形断面棒の点 A の荷重方向応力

Table 3　円形断面棒の点 A，B の K_t

E_i/E_m	K_t	a/B					
		0[1]	0.1	0.2	0.5	0.7	0.9
0	A	2.046	2.06	2.07	2.38	3.23	7.66
	B	0	−0.03	−0.04	−0.05	−0.06	−0.08
0.5	A	1.348	1.26	1.32	1.40	1.51	1.75
	B	0.679	0.657	0.665	0.679	0.707	0.765
1	A	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	B	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
5	A	0.293	0.451	0.353	0.323	0.312	0.232
	B	1.627	1.70	1.65	1.56	1.45	1.32
10	A	0.129	0.319	0.206	0.186	0.191	0.125
	B	1.768	1.87	1.80	1.67	1.54	1.38

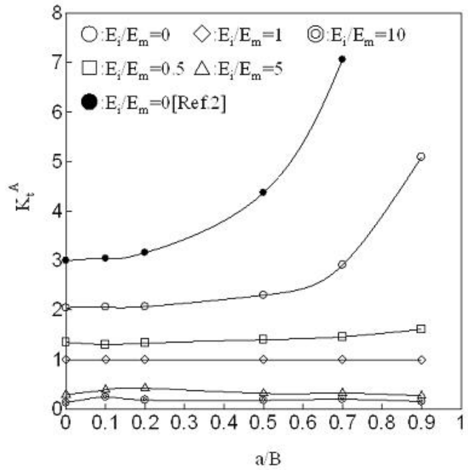


Fig. 5　正方形断面棒の点 A の荷重方向応力

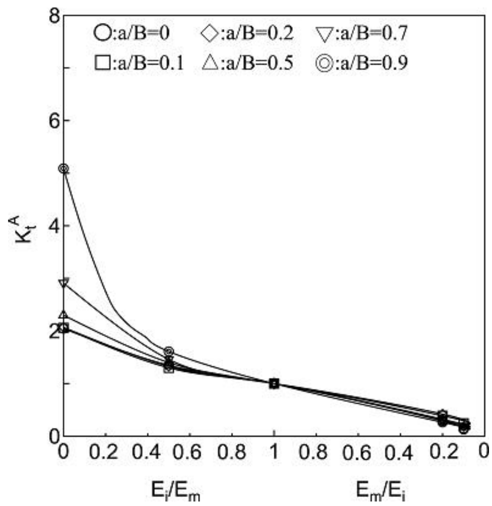


Fig. 6　正方形断面棒の点 A の荷重方向応力

軸とパラメータを入れ替えて整理した結果を示す．図より剛性比が大きく影響するのは介在物の剛性が 0 に近い場合のみであることがわかる．なお表 3 にその数値結果を示す．

図 5 に正方形断面棒の介在物赤道上の点 A の荷重

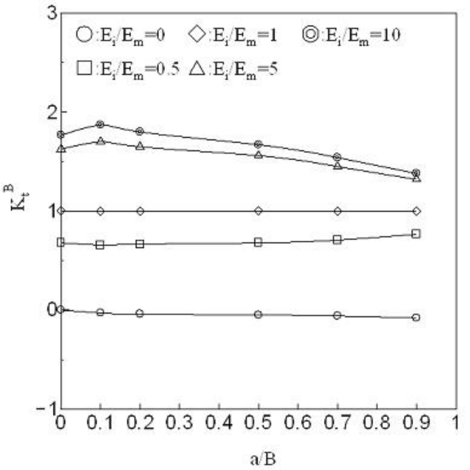


Fig. 7　円形断面棒の極点 B の荷重方向応力

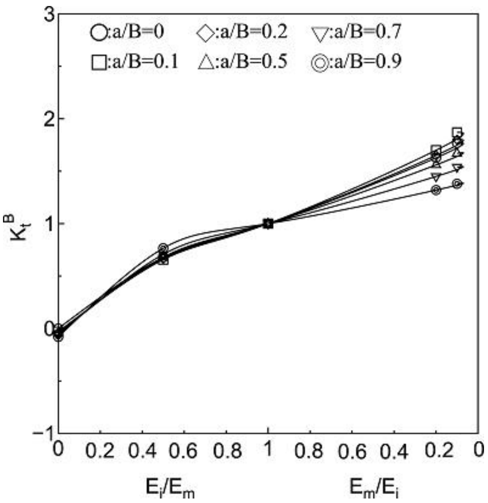


Fig. 8　円形断面棒の極点 B の荷重方向応力

方向応力 K_t を縦軸に用い，横軸に介在物の大きさを表す a/B を取り，パラメータとして剛性比 E_i/E_m を用いて示す．この結果も円形断面棒と同様に空かが最も厳しいことを示し，$a/B = 0.5$ 以下で剛性比に関係なくほぼ一定となる．また，2 次元問題の応力集中より小さく，そして空かが大きい場合を除き円形断面棒と応力集中はほとんど変わらない．

図 6 は図 5 の横軸とパラメータを入れ替えてまとめた結果である．円形断面棒と同様に E_i/E_m が小さいときにのみ点 A の応力が大きく変化することがわかる．なお表 4 にその数値結果を示す．

図 7 に円形断面棒の荷重方向に直交する断面と球状介在物が接する点 (極点 B)[1] における荷重方向応力を示す．横軸に a/B，パラメータとして E_i/E_m を用いた．図 8 は図 7 の横軸とパラメータを入れ替えて示した結果である．この極点 B の応力は空かではその値は 0 となるが，E_i/E_m が大きくなるほど厳しい応力状態となる．そのため，剛体介在物問題の

極点の応力をおさえれば設計上問題ないことがわかる．この結果も表 3 に併せて示す．

図 9，図 10 に正方形断面棒の極点 B における結果を示す．円形断面棒とほぼ同じ値となり，断面形状の影響がほとんどないことがわかる．この結果を表 4 に併せて示す．

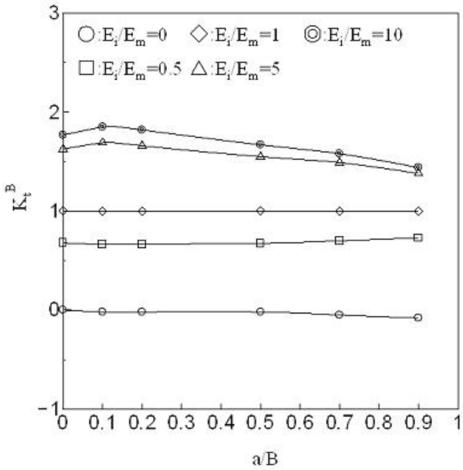


Fig. 9　正方形断面棒の極点 B の荷重方向応力

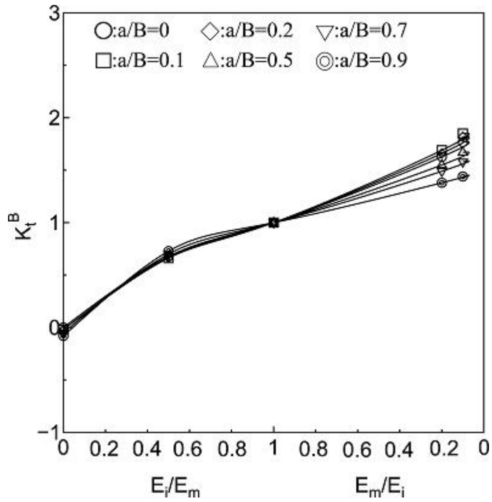


Fig. 10　正方形断面棒の極点 B の荷重方向応力

Table 4　正方形断面棒の点 A，B の K_t

E_i/E_m	K_t	a/B					
		0[1]	0.1	0.2	0.5	0.7	0.9
0	A	2.046	2.06	2.07	2.30	2.91	5.09
	B	0	−0.03	−0.04	−0.05	−0.07	−0.08
0.5	A	1.348	1.30	1.33	1.39	1.46	1.61
	B	0.679	0.662	0.665	0.675	0.700	0.728
1	A	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	B	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
5	A	0.293	0.388	0.421	0.317	0.322	0.264
	B	1.627	1.69	1.66	1.55	1.49	1.38
10	A	0.129	0.245	0.182	0.175	0.198	0.150
	B	1.768	1.85	1.82	1.67	1.58	1.44

４．結　　言

中央に球状介在物がある円形断面棒と正方形断面棒が，軸方向に引張りを受ける応力集中問題を解析した．得られた結果を以下に示す．

1. 球状介在物問題では赤道上の荷重方向最大応力は空かの場合が最も厳しい．そして介在物の形状比が同じ場合，正方形断面棒と円形断面棒とでは，空かの形状が大きい場合を除きその値はほとんど変わらない．なお同様な 2 次次元問題と比較すると 3 次元問題の応力集中は小さい．
2. 応力集中に及ぼす球状介在物と母材の大きさの比による応力集中の変化は小さく，空かも含めて比 1/2 程度でほぼ無限小介在物の結果に近い値となる．
3. 球状介在物問題では，極点の荷重方向応力は介在物の剛性比によって赤道上の最大値より大きくなる場合がある．そして剛体介在物の場合が最も厳しい結果を与える．また，円形断面棒と正方形断面棒の外部形状の影響は，介在物の大きさに関係なく小さい．

文　　献

[1] 村上　敬宜: 応力集中の考え方, (2005) 養賢堂.

[2] 堀辺他 3 名: 円形介在物を有する帯板の引張り, 日本機械学会論文集 (A 編), 72 – 719(2006 – 7).