

# 極配置法に基づくデータ駆動型むだ時間補償器の一設計

徳田 誠\*・酒井 麻友美\*\*・小牧 大介\*\*\*

## A Design of Data-Driven Time-Delay Compensators Based on the Pole-Assignment Method

Makoto Tokuda\*, Mayumi Sakai\*\* and Daisuke Komaki\*\*\*

### Abstract

PID control schemes have been widely still used in process industries. However, the good control performance might not be obtained by simply using only PID control schemes, since some processes have time variations, uncertain time-delays, and so on. The recursive least square method (RLSM) and the Smith time-delay compensator have been well known as the efficient technology for the time-variant systems and the time-delay systems, respectively.

In this paper, a design method of the PID control system with an on-line modelling function and a local-feedback compensator has been proposed. Instead of the RLSM, the data-driven modeling technology is employed to improve both the calculation cost by the needless system identification and the reliability of the estimated parameters, which are indicated in the RLSM. Also, the time-delay compensator is improved in order to employ the pole-assignment method. Finally, the effectiveness of the proposed method is numerically evaluated through applications to process models with time variations and time-delays.

### 1 緒言

化学プラントをはじめとするプロセス系 [1] では、温度、流量、熱量、圧力、濃度などが制御量となる。その制御法には、主として PID 制御法 [2] が用いられている。プロセス系の特性として、時変特性やむだ時間特性などがある。時変特性は、機器の経年劣化、昼夜や季節による操作環境の変化などが原因で起こる。また、むだ時間特性の原因として、プロセスシステムの設計上、物質の運搬に時間を要することなどが挙げられる。これらの特性を無視して制御系を設計すると、良好な制御性能が期待できないばかりでなく、システムが不安定な状態に陥る危険性がある。そこで、プロセス制御の現場では、何らかの改良が施された PID 制御系の利用が主流となっている。

まず、システム変動を伴う時変系への対応としては、逐次最小二乗法によるセルフチューニング法 [3]

が広く知られている。しかしながら、これには次のような問題点が指摘されている [4]。

- 不必要なシステム同定による計算コスト
- 推定されたシステムパラメータの精度

一方、システムの振る舞いをデータベースに蓄積されたデータを用いて、局所線形モデルを逐次推定する手法が注目されており、制御系設計への応用として、システムパラメータや PID パラメータを推定する手法が提案されている [5]。

また、大きいむだ時間をもつプロセス系に対する制御系設計では、スミスむだ時間補償器 [6] が広く知られている。連続時間系として提案されているスミスむだ時間補償器は、事前に厳密なむだ時間が分かっている必要があるが、これを離散化することにより、むだ時間を有理式の一部とみなすことができることから、不確かなむだ時間の扱いが可能になる。これまでの研究において、離散化したむだ時間補償器に

\* 情報工学科

\*\* 専攻科生産システム工学専攻

\*\*\* 専攻科修了生

改良を施すことにより、極配置法に基づいてPID制御系を設計する手法が提案されている [7]。

本報告では、時変特性を有するむだ時間系に対して、参考文献 [7] を基盤としたPID制御系を設計する。ただし、逐次最小二乗法の代わりにデータ駆動型システム同定法と最急降下法を用いることにより、計算コストやパラメータの推定精度の問題を緩和させる。本手法の特徴を以下に挙げる。

- 制御系を極配置法を考慮したむだ時間補償器とI-P制御器で構成する。
- モデルの再設計が必要なときだけ、データベースからシステムパラメータを取得し、最急降下法によりそれを修正する。

改良型むだ時間補償器の導入により、即応性の改善だけでなく安定性の保証も行える。また、データ駆動によるシステム同定法に最急降下法を併用することにより、推定精度の向上を図っている。最後に、提案手法を時変特性を有するむだ時間モデルに適用し、その有効性を定量的に検証する。

## 2 制御対象の記述

本手法で扱うシステムは、局所的に次式の線形離散時間系で記述できると仮定する。

$$A(z^{-1})y(t) = z^{-(d+1)}B(z^{-1})u(t) + \xi(t) \quad (1)$$

ここで、 $y(t)$  と  $u(t)$  は、それぞれ時刻  $t$  における制御量と操作量であり、 $\xi(t)$  は、モデル化誤差などを表す白色性ガウス雑音である。また、 $z^{-1}$  は、時間遅れ演算子であり、例えば、 $z^{-1}y(t) = y(t-1)$  となる。 $d$  はむだ時間の最小推定値で時不変とする。 $A(z^{-1})$  と  $B(z^{-1})$  は、次式で表されるシステムパラメータを含む多項式である。

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1z^{-1} \quad (2)$$

$$B(z^{-1}) = b_0 + b_1z^{-1} + \dots + b_mz^{-m} \quad (3)$$

ただし、時変系を扱うことから、システムパラメータは時間関数として記述されるべきであるが、表記が煩雑になることを避けるために、本報告では定数のように記述する。また、システムパラメータの厳密な値を事前には知ることができない。さらに、 $A(z^{-1})$  は漸近安定であり、 $B(z^{-1})$  の次数  $m$  は既知とする。

モデリングの必要が生じたときのシステムの状態をその入出力信号からなる次式のベクトルで記述し、これを要求点と呼ぶ。

$$\begin{aligned} \mathbf{q}(t) &= [-y(t-1) \ u(t-d-1) \ \dots \ u(t-d-m-1)]^T \\ &= [q_1(t) \ q_2(t) \ \dots \ q_{m+2}(t)]^T \end{aligned} \quad (4)$$

これにより、(1) 式は、次式のようにも記述できる。

$$y(t) = \mathbf{q}^T(t)\mathbf{x}(t) + \xi(t) \quad (5)$$

ただし、 $\mathbf{x}(t)$  は、(2) 式と (3) 式に含まれるシステムパラメータからなるベクトルであり、次式で与えられる。

$$\mathbf{x}(t) = [a_1 \ b_0 \ b_1 \ \dots \ b_m]^T \quad (6)$$

このシステムパラメータベクトルは、後述のシステム同定法によってオンラインで推定される。

## 3 むだ時間補償器をもつPID制御系

### 3.1 PID制御則

まず、むだ時間補償器を有するPID制御系を、(1) 式で表されるシステムに対して設計する。ここで、次式のような速度型I-P制御則 [2] によってシステムの操作量  $u(t)$  が生成される。

$$\Delta u(t) = C(1)r(t) - C(z^{-1})y(t) \quad (7)$$

ただし、 $\Delta$  は、 $\Delta := 1 - z^{-1}$  で定義される差分演算子である。 $r(t)$  は、矩形波で与えられる目標値である。また、 $C(1)$  は次式で与えられる  $C(z^{-1})$  の定常ゲインである。

$$\begin{aligned} C(z^{-1}) &= K_P\Delta + K_I \\ &= c_0 + c_1z^{-1} \end{aligned} \quad (8)$$

ここで、 $K_P$  と  $K_I$  は、比例ゲインと積分ゲインをそれぞれ表しており、これらをまとめてPIゲインと呼ぶ。(7) 式で与えられるPID制御器におけるPIゲインの調整は、制御性能を大きく左右することから重要である。本報告におけるPIゲインは、極配置法に基づいてオンラインで調整される。

次に、(1) 式と (7) 式からなる次式の閉ループ伝達関数について考える。

$$G^*(z^{-1}) = \frac{z^{-(d+1)}B(z^{-1})C(1)}{\Delta A(z^{-1}) + z^{-(d+1)}B(z^{-1})C(z^{-1})} \quad (9)$$

ここで, (9) 式の特性方程式を次式で定義する。

$$P^*(z^{-1}) := \Delta A(z^{-1}) + z^{-(d+1)}B(z^{-1})C(z^{-1}) \quad (10)$$

このとき,  $d = m = 0$  でない限り, PI ゲインを含む  $C(z^{-1})$  は, 望ましい多項式  $P^*(z^{-1})$  に対して一意に決定できない。したがって, 次節では, これを満足させるための局所フィードバック補償器の挿入について考察する。

### 3.2 むだ時間補償器

むだ時間系に対する有効な対処として, スミスによるむだ時間補償器 [6] が有名である。まず, 次式の離散化されたスミスむだ時間補償器について考える。

$$\bar{T}(z^{-1}) = \frac{z^{-1}B(z^{-1})}{A(z^{-1})}(1 - z^{-d}) \quad (11)$$

図 1 のように (11) 式のむだ時間補償器を挿入することによって, 次式の閉ループ伝達関数が得られる。

$$\bar{G}(z^{-1}) = \frac{z^{-(d+1)}B(z^{-1})C(1)}{\Delta A(z^{-1}) + z^{-1}B(z^{-1})C(z^{-1})} \quad (12)$$

(12) 式を見ると, 特性方程式からむだ時間が除去されていることから, 即応性の改善が見込まれる。しかしながら, 今なお特性方程式が高次であるため, PI ゲインを一意に決定することができない。そこで, 次式の改良型むだ時間補償器 [7] を代替として導入する。

$$T(z^{-1}) = \frac{z^{-1}}{A(z^{-1})}\{B(1) - z^{-d}B(z^{-1})\} \quad (13)$$

これにより, 次式の閉ループ伝達関数を得る。

$$G(z^{-1}) = \frac{z^{-(d+1)}B(z^{-1})C(1)}{\Delta A(z^{-1}) + z^{-1}B(1)C(z^{-1})} \quad (14)$$

ここで, 特性方程式  $P(z^{-1})$  は, 次式のようになる。

$$P(z^{-1}) := \Delta A(z^{-1}) + z^{-1}B(1)C(z^{-1}) \quad (15)$$

(15) 式を見ると, (10) 式の  $z^{-d}B(z^{-1})$  が静的ゲイン  $B(1)$  に置き換わっているため, 望ましい極を含む多項式  $P(z^{-1})$  に基づいた PI ゲインが一意に決定できる。

### 3.3 PI ゲインの設計

前述のように,  $C(z^{-1})$  は, 次式の多項式  $P(z^{-1})$  に基づいて決定される。

$$P(z^{-1}) = 1 + p_1z^{-1} + p_2z^{-2} \quad (16)$$

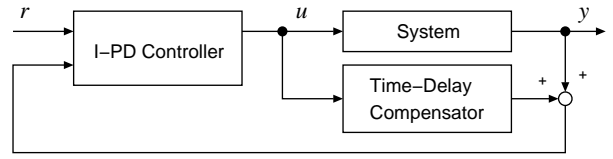


図 1: むだ時間補償器を有する I-PD 制御系のブロック線図

本報告では,  $p_1$  と  $p_2$  は, 次式によって与えられる [8]。

$$p_1 = -2 \exp\left(-\frac{\rho}{2\mu}\right) \cos\left(\frac{\sqrt{4\mu-1}}{2\mu}\rho\right) \quad (17)$$

$$p_2 = \exp\left(-\frac{\rho}{\mu}\right) \quad (18)$$

ここで,  $\rho$  と  $\mu$  は, それぞれ次式で定義される。

$$\rho := \frac{T_s}{\sigma} \quad (19)$$

$$\mu := 0.25(1 - \delta) + 0.51\delta \quad (20)$$

$T_s$  はサンプリング時間を表している。また, 設計パラメータ  $\sigma$  と  $\delta$  は, それぞれ時定数の  $1/2$  から  $1/3$  と,  $0 \leq \delta \leq 2.0$  の範囲で設計される。 $C(z^{-1})$  について (15) 式を解くことによって,  $C(z^{-1})$  の各係数は次式のようになる。

$$c_0 = \frac{1 - a_1 + p_1}{B(1)} \quad (21)$$

$$c_1 = \frac{a_1 + p_2}{B(1)} \quad (22)$$

したがって, PID ゲインは, 次式のように一意に定まる。

$$K_P = -c_1 \quad (23)$$

$$K_I = c_0 + c_1 \quad (24)$$

## 4 データ駆動型システム同定法

### 4.1 初期データベースの設計

まず, 同定するシステムの過去の入出力データから, 初期データベースを作成する。データベースに蓄えられた  $i$  番目のデータセットは, 次式で表される。

$$D_i = \{\phi_i \ \theta_i \ \tau_i\} \quad (25)$$

ここで,  $i = 1, 2, \dots, M_0$  であり,  $M_0$  は初期データベースに蓄積されているデータセット数である。ま

た、情報ベクトル  $\phi_i$  は、次式のような信号で構成される。

$$\begin{aligned}\phi_i &= [-y(t-1) u(t-d-1) \cdots u(t-d-m-1)]^T \\ &= [\phi_{i,1} \phi_{i,2} \cdots \phi_{i,m+2}]^T\end{aligned}\quad (26)$$

各情報ベクトル  $\phi_i$  に対応した次式のシステムパラメータベクトルの設計手順を記す。

$$\theta_i = [a_1 \ b_0 \ b_1 \ \cdots \ b_m]^T \quad (27)$$

はじめに、システムの入出力データに対して最小二乗法を施すことにより、次式を含む大域モデルを推定する。

$$\bar{A}(z^{-1}) = 1 + \bar{a}_1 z^{-1} \quad (28)$$

$$\bar{B}(z^{-1}) = \bar{b}_0 + \bar{b}_1 z^{-1} + \cdots + \bar{b}_m z^{-m} \quad (29)$$

次に、このシステムパラメータの推定値で、全ての  $\theta_i$  を構成する。すなわち、この段階では、 $\theta_1 = \theta_2 = \cdots = \theta_{M_0}$  であり、これを後述する最急降下法により、適宜修正する。 $\tau_i$  は、データセットの拾捨選択を行う際に用いられ、4.5 にその詳細を記す。

## 4.2 設計用モデルの評価

時変特性をもつシステムを良好に制御するためには、モニタリングするモデル化誤差に応じて、制御器や補償器の設計用モデルをオンラインで再設計する必要がある。本手法では、システムに対する設計用モデルの適合度を測るために、次式の評価規範を用いる。

$$J(t) = \frac{1}{2} \{y(t) - \hat{y}(t)\}^2 \quad (30)$$

ここで、 $\hat{y}(t)$  は制御量の予測値を表しており、次式で与えられる。

$$\hat{y}(t) = \mathbf{q}^T(t) \mathbf{x}(t) \quad (31)$$

なお、この段階におけるシステムパラメータベクトル  $\mathbf{x}(t)$  は、次式のように 1[step] 前のものが使用される。

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}(t-1) \quad (32)$$

しかしながら、次式を満足する場合は、システムの振る舞いを設計用モデルが適切に表現していないと判断し、新たな  $\mathbf{x}(t)$  を取得するためにシステム同定を開始する。

$$J(t) > \omega \quad (33)$$

ここで、 $\omega$  はモデル化誤差の許容範囲を示す設計パラメータである。ちなみに、要求点の呼称は、システム同定の要求が発生したときのシステムの状態に由来する。

## 4.3 近傍ベクトルの選出

オンライン同定が必要と判断されると、要求点  $\mathbf{q}(t)$  に対して、その近傍にある  $N$  個の情報ベクトル  $\phi_i$  をデータベースから抽出する。具体的には、まず、次式で与えられる重み付き  $L_1$  ノルムにより、 $\mathbf{q}(t)$  とデータベース内の全ての  $\phi_i$  との距離を求める。

$$L_1(\mathbf{q}(t), \phi_i) = \sum_{j=1}^{m+2} \left| \frac{q_j(t) - \phi_{i,j}}{\max_{\alpha} \phi_{\alpha,j} - \min_{\beta} \phi_{\beta,j}} \right| \quad (34)$$

ここで、 $i = 1, 2, \dots, M$  であり、 $M$  は  $\mathbf{q}(t)$  が発生したときのデータベース内のデータセット数である。また、 $\max_{\alpha} \phi_{\alpha,j}$  と  $\min_{\beta} \phi_{\beta,j}$  は、それぞれデータベース内の情報ベクトルのうち、 $j$  番目の要素の最大値と最小値を表している。次に、算出された距離のうち小さいものから  $N$  個に対応した情報ベクトルを  $\phi_l^*$  と定義し、要求点  $\mathbf{q}(t)$  に対する近傍ベクトルと呼ぶ。ここで、 $l$  の大小関係は距離の昇順に対応しており、 $l = 1, 2, \dots, N$  である。

## 4.4 システムパラメータの推定

$\mathbf{q}(t)$  と前節で取得した  $\phi_l^*$  を用いて、次式により正規化された荷重ベクトル  $\mathbf{w}$  を算出する。

$$\mathbf{w} = [w_1 \ w_2 \ \cdots \ w_N]^T \quad (35)$$

$$w_l = \frac{v_l}{\sum_{l=1}^N v_l} \quad (36)$$

$$v_l = \sum_{j=1}^{m+2} \left( 1 - \frac{\{q_j(t) - \phi_{l,j}^*\}^2}{\{\max_{\alpha} \phi_{\alpha,j}^* - \min_{\beta} \phi_{\beta,j}^*\}^2} \right) \quad (37)$$

次に、 $\phi_l^*$  に対応したシステムパラメータベクトルを  $\theta_l^*$  と定義する。次式を用いることにより、要求点  $\mathbf{q}(t)$  に対応するシステムパラメータベクトル  $\mathbf{x}(t)$  が求まる。

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{l=1}^N w_l \theta_l^* \quad (38)$$

しかしながら、システムの特徴が操業途中で変動した場合、データベースには、それ以前のシステムの入出力データが蓄積されていることから、上記の方法でデータベースから作成した  $\mathbf{x}(t)$  では十分な精度が期待できず、著しい制御性能の低下が懸念される。そこで、本手法では、次式的最急降下法を用いて  $\mathbf{x}(t)$  に修正を加える。

$$\mathbf{x}^{new}(t) = \mathbf{x}^{old}(t) - \eta \frac{\partial J(t)}{\partial \mathbf{x}(t)} \quad (39)$$

ここで、設計パラメータ  $\eta$  は、 $0 \leq \eta \leq 1$  で与えられる。(39) 式の最急降下法は、 $J(t)$  の最小化に基づいて繰り返し  $\mathbf{x}^{old}(t)$  を修正し、次式を満足するか既定の修正回数  $S$  に到達すると終了する。

$$J(t) \leq \varepsilon \quad (40)$$

ここで、 $\varepsilon$  は、推定される設計用モデルの精度を示す設計パラメータである。

#### 4.5 データの追加と削除

データセット  $D_i$  に含まれる  $\tau_i$  は、過去の要求点  $\mathbf{q}(t)$  と  $i$  番目の情報ベクトル  $\phi_i$  との距離を積算したものであり、初期値はすべて 0 とする。前節で得られた  $\mathbf{x}(t)$  は、対応する  $\mathbf{q}(t)$  と共に、 $M+1$  番目のデータセットとしてデータベースに登録される。ただし、データセット数が  $M_{max}$  に到達した場合には、 $\tau_i$  の大きい順にデータセットを削除して入れ替える。これにより、過去の全要求点から最も距離が離れた（類似していない）データセットが順次消去される。

## 5 数値計算例

### 5.1 制御対象と制御条件

提案手法の有効性を検証するために、本手法を次式のシステム変動を有するむだ時間系に適用する。

$$A_p(z^{-1})y(t) = z^{-(d+1)}B_p(z^{-1})u(t) + \xi(t) + \gamma(t) \quad (41)$$

$$A_p(z^{-1}) = 1 + 0.8z^{-1} - 0.1z^{-2} \quad (42)$$

$$B_p(z^{-1}) = 1 + 0.5z^{-1} + 0.2z^{-2} \quad (43)$$

ここで、むだ時間  $d=6$  で、外乱  $\xi(t)$  は平均 0、分散 0.0001 で与えられる正規分布乱数である。また、ステップ状外乱  $\gamma(t)$  は次式で与えられる。

$$\gamma(t) = \begin{cases} 0 & t < 450 \\ 1 & t \geq 450 \end{cases} \quad (44)$$

また、目標値を次式のように設定した。

$$r(t) = \begin{cases} 10 & 0 \leq t < 150 \\ 20 & 150 \leq t < 300 \\ 10 & 300 \leq t < 600 \\ 20 & 600 \leq t < 750 \\ 10 & 750 \leq t < 900 \end{cases} \quad (45)$$

### 5.2 提案手法の制御結果

まず、本数値計算の実施環境を示す。使用した計算機の CPU とメモリは、それぞれ 1.83[GHz] と 1.96[GB] である。また、数値解析ソフト MATLAB 7.5.0 (R2007b) を使用し、サンプリング時間を  $T_s = 1[\text{sec}]$  と設定した。

次に、 $M_0 = 500$  と与えて初期データベースを作成した。そのときの大域モデルを次に示す。

$$\bar{A}(z^{-1}) = 1 - 0.78z^{-1} \quad (46)$$

$$\bar{B}(z^{-1}) = 0.50 + 0.27z^{-1} \quad (47)$$

$$d = 6 \quad (48)$$

さらに、設計パラメータを、それぞれ  $\sigma = 0.5$ ,  $\delta = 0$ ,  $\omega = 0.35$ ,  $N = 15$ ,  $M_{max} = 1000$ ,  $\eta = 0.001$ ,  $S = 600$ ,  $\varepsilon = 0.25$  と与えた。ここで、提案手法による制御結果を図 2 と図 3 に示す。図 2 における“Modeling flag”は、各時刻におけるオンラインモデリングの実行と不実行を、それぞれ 1 と 0 で表している。制御結果に関する考察を以下にまとめる。

- システム変動が発生した 450[step] 周辺において、制御量が若干乱れているものの、速やかに目標値に追従できている。
- 制御対象のむだ時間  $d=6$  であるが、むだ時間補償器によって、目標値に対する良好な追従性能が示されている。
- I-P 制御器を用いたことにより、むだ時間補償器の挿入にも関わらず、操作量にキッキングが発生していない。
- システム同定は、外乱やシステム変動の影響により、モデルの再設計が必要になったときだけ実施されている。
- データ駆動型システム同定機構によりシステムパラメータが修正されている。
- システムパラメータ  $a_1$  を見ると、設計されたモデルはいずれも安定であることが分かる。
- 全てのシステム同定において、 $\mathbf{x}(t)$  の修正回数が上限  $S$  に到達する以前に、(40) 式を満足していた。
- 合計 9 回行われたオンライン同定において、配置された極はいずれも安定領域にあることを確認した。

以上により、本手法の制御アルゴリズムが良好に機能していることが示された。

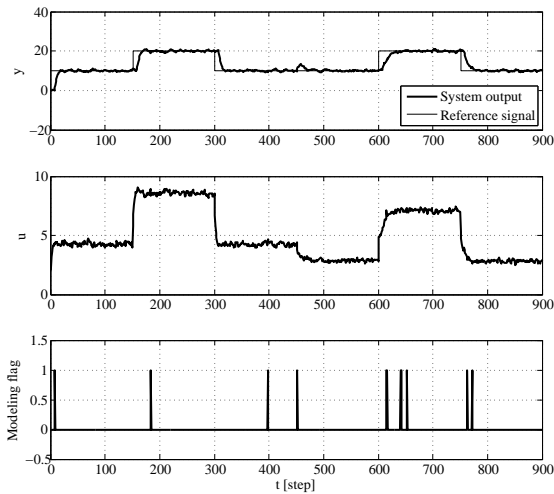


図 2: 提案手法の制御結果

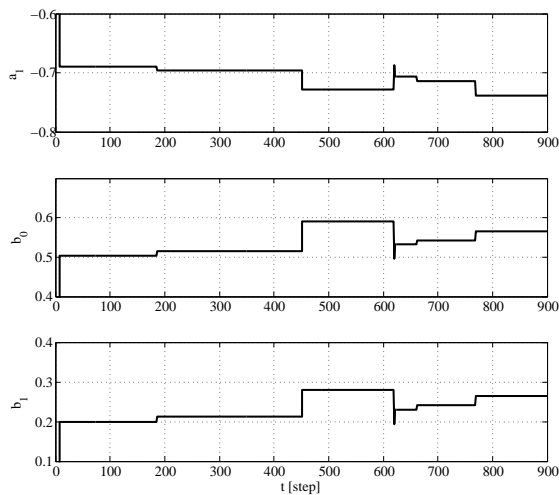


図 3: 図 2 に対応したシステムパラメータ

## 6 結言

プロセス産業分野において、今なお PID 制御法が幅広く使用されているが、時変特性やむだ時間特性などにより単純に PID 制御系を構築するだけでは、良好な制御性を取得するのは困難な場合がある。時変系には逐次最小二乗法が、むだ時間系にはスミスむだ時間補償器が、それぞれ有名である。

本報告では、オンラインモデリング機能と局所フィードバック補償器を有する PID 制御系の設計法を提案した。逐次最小二乗法で指摘されている不必要なシステム同定による計算コストや推定パラメータの精度の問題を改善するために、データ駆動型モデリング技術と最急降下法を導入した。また、極配置

法を用いるために、離散化したスミスむだ時間補償器に改良が施された。最後に、提案手法をシステム変動とむだ時間を有するプロセスモデルに適用したところ、優れた制御性能が確認できた。

今後は、非線形特性も合わせて有するプロセス系への適用を検討している。

## 参考文献

- [1] 橋本, 長谷部, 加納: プロセス制御工学, 朝倉書店 (2002)
- [2] 山本, 加藤: PID 制御の基礎と応用, 朝倉書店 (1997)
- [3] 大松, 山本ほか: セルフチューニングコントロール, コロナ社 (1996)
- [4] T. Yamamoto and S.L. Shah: “Design and Experimental Evaluation of a Multivariable Self-Tuning PID Controller”, IEE Proc. of Control Theory and Applications, Vol.151, No.5, pp.645-652(2004)
- [5] 高尾, 山本, 雛元: “Memory-Based 型システム同定法による一般予測制御の一設計”, 電学論 C, Vol.125, No.3, pp.422-449 (2005)
- [6] O.J.M. Smith: “A Controller to Overcome Dead Time”, ISAJ., Vol.6, pp.28-33(1970)
- [7] 山本, 沖, 兼田: “離散時間未知むだ時間系に対するアドバンスド PID 制御系の設計と応用”, 電学論 C, Vol.166, No.4, pp.486-491(1996)
- [8] 山本, 兼田: “一般化最小分散制御則に基づくセルフチューニング PID 制御器の一設計”, システム制御情報学会論文誌, Vol.11, No.1, pp.1-9(1998)