

偏心球状介在物を有する丸棒の引張り

鶴 秀登*・柏原 一仁**

On the Tension of a Cylindrical Bar with an Eccentric Spherical Inclusion

Hideto Tsuru*, Kazuhito Kashihara**

Abstract

The tension problem of a cylindrical bar containing a spherical inclusion located eccentrically from the center line is treated by finite element method (FEM), stresses at the nearest and the farthest points on the bonded boundary from the outer boundary are given and numerical results are examined.

1. 緒 言

機械や構造物の部材の強度評価には、切欠きの応力解析は欠かせない。機械や構造物に大きな荷重がかかると部材の応力集中部から初期き裂が発生する。応力解析はその位置を知り、また応力の程度により、き裂発生時期を検討するデータを与えることができ、設計に大きく貢献してきている。さらに、破壊現象を定量的にとらえるには材料試験と切欠きやき裂の数値解析などが重要で、多くの研究がなされている^{[1][2][3]}。数値解析では、コンピュータの高性能化と計算ソフトおよびプリ・ポストプロセッサ技術の進展により、複雑な形状や多くの条件を与える問題が扱えるようになり、精度良い結果を与えてきている。

そこで本研究では、偏心球状介在物を有する丸棒の引張り問題を解析し、3次元弾性応力問題における偏心した球状介在物の大きさとその剛性の影響を偏心量とともに検討し、設計に有益なデータを提供する。

2. 解 析 手 順

図1に引張りを受ける偏心球状介在物をもつ円形断面棒(丸棒)の問題図を、座標系と結果の整理に用いる丸棒の直径 $2R$ 、長さ $2L$ 、縦弾性係数 E_m 、介在物の直径 $2a$ 、縦弾性係数 E_i 、そしてその偏心量 e などの記号とともに示す。このように球状介在物の位置が丸棒断面中心から偏心している問題は、偏心

の程度によっては解の精度を保つため分割数を変えたり、不等分割を用いたりする必要が出てくる。このため偏心していない問題と比べ取扱いが複雑となり、しかも対称面が2つに減るので全体形状の $1/4$ の領域を用いて解析することになり計算時間も長くなる。そこで、ある程度の誤差を許し、自動分割を用いた数値計算を行った。そして介在物の大きさ、偏心位置に関係なく介在物の対称面(x 軸を含む y 面)上の半円周を240分割、丸棒の同一面上の外半周も40分割の一定とした。

図2は数値計算で使用した要素分割図の例($a/R = 0.5$, $e/R = 0.3$)である。以下で述べるが、このように分割数を一定にしても偏心量に関係なく誤差は5%以下と推定される。また解析領域としての棒の長さについては、長さの影響が応力集中にでないような棒の長さを用いて解析した。具体的には、丸棒の直径 $2R = 200\text{mm}$ 、長さ $2L = 2 \times 2R = 400\text{mm}$ 、縦弾性係数 $E_m = 206\text{GPa}$ とし、介在物は、直径 $2a$ を $a/R = 0.3, 0.5$ 、その縦弾性係数 E_i を $E_i/E_m = 0, 0.25, 0.5, 1, 5, 10$ などで与え、丸棒中心からの偏心量 e が $e/R = 0.1, 0.3, 0.5$ の場合の数値計算を行った。なお、介在物は母材と離れることなく境界上で母材と同じ変位をもつと仮定した。数値解析には市販の有限要素法解析ソフト(プリ・ポストプロセッサ *MSC.Patran*, ソルバ *MD.Nastran*)を用い、四面体要素, 4節点で計算した。

* 電子機械工学科

** 専攻科生産システム工学専攻

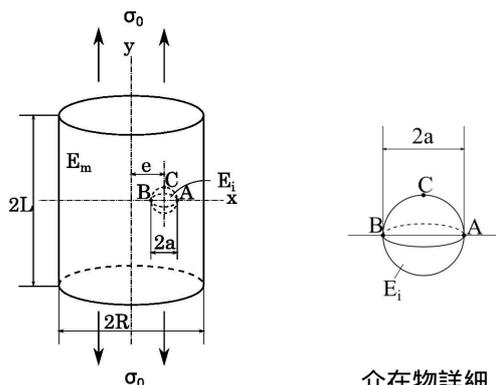
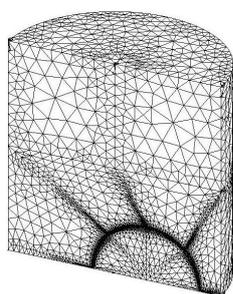


Fig. 1 偏心球状介在物をもつ丸棒の引張り

Fig. 2 要素分割図 (1/4 領域 $a/R = 0.5$, $e/R = 0.3$)

3. 数値解析結果と検討

まず、数値計算に用いる丸棒の長さの影響について検討した。一般に、3次元問題は2次元問題に比べ局所的な影響が減衰しやすく、また介在物が剛性をもたない孔の問題が最も厳しい応力集中の原因^[4]であるため、この検討には有限板に孔をもつ2次元問題を用いて長さの影響を取扱った。

図3に孔の直径 $2a$ と板幅 $2W$ (丸棒直径 $2R$ に相当)の比 $a/W = 0.5$ で、孔の偏心量 e と W の比 $e/W = 0.3$ の結果と、 $a/W = 0.7$ で $e/W = 0.1$ の結果を、縦軸に図1の点A, Bにおける孔縁の荷重方向応力 σ_y^A, σ_y^B を負荷応力 σ_0 で無次元化した値を取り、横軸に板の長さ $2L$ と板幅 $2W$ の比 L/W を取って示す。 $L/W = 2.0$ 程度で長さの影響がないことがわかる。なお、図中に $a/W = 0.5, e/W = 0.3$ の時の帯板($L/W \rightarrow \infty$)の結果^[5]も示す。

次に解の精度を検討するために、無限体中の円形介在物問題の理論解あるいは信頼できる数値解^[3]との整合性を検討してみた。

図4は引張りを受ける丸棒中央に球状介在物がある問題の結果である。縦軸に介在物との境界上の点Aにおける荷重方向応力 σ_y を負荷応力 σ_0 で無次元

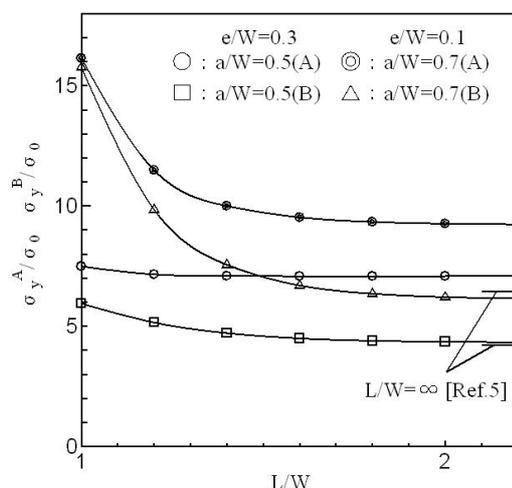
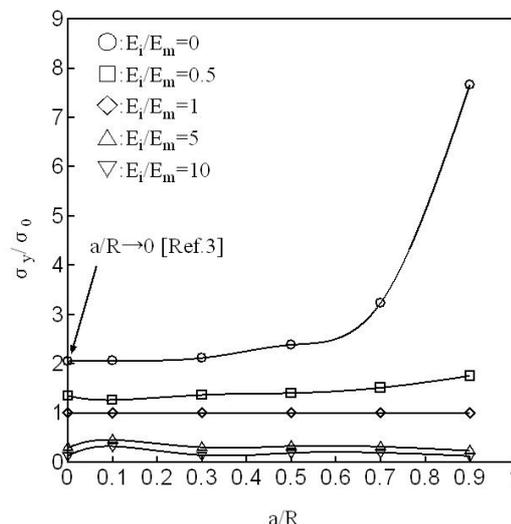


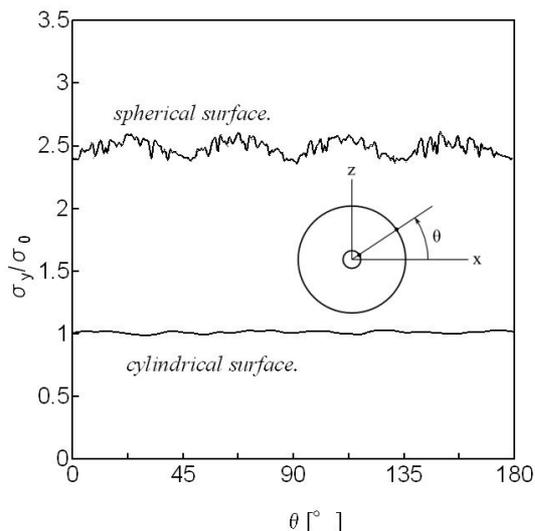
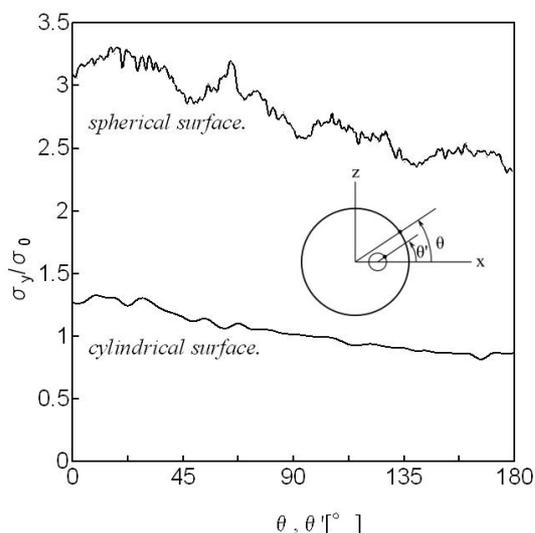
Fig. 3 一様引張りを受ける偏心円孔をもつ有限板の縦横比の影響

Fig. 4 中央に球状介在物をもつ丸棒の引張りにおける界面A点の応力を用いた解の精度 ($e/R = 0$)

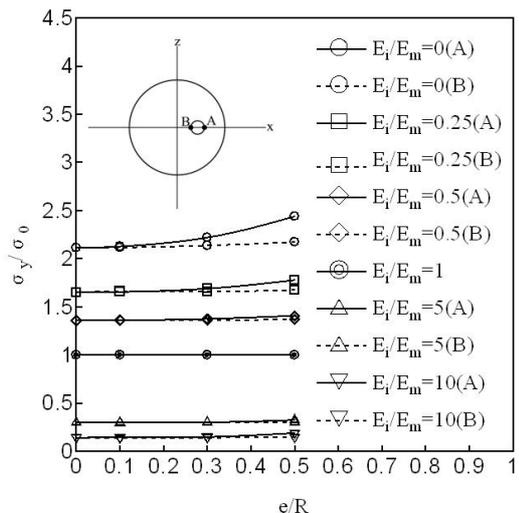
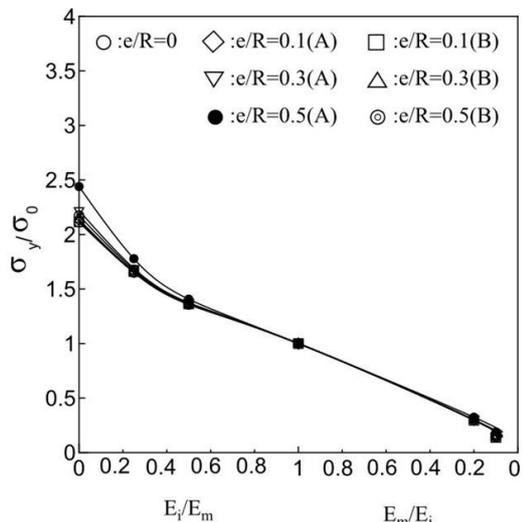
化した値 σ_y/σ_0 を取り、横軸は介在物直径 $2a$ と丸棒直径 $2R$ の比 a/R 、そして介在物と母材の剛性比 E_i/E_m をパラメータにして示す。 $a/R \rightarrow 0$ の信頼できる結果に本解析結果が無理なく近づいていることがわかる。この結果から、本解析結果はおおよそ誤差5%以下と考えられる。

図5に空かを有する丸棒の引張り問題における、負荷方向に対称な丸棒円断面上の荷重方向応力 σ_y の分布を、空かの縁周りと丸棒外周について示す。縦軸に σ_y/σ_0 、横軸は丸棒の中心および空かの中心回りに図中に示す x 軸からの角度 θ, θ' を取った。空かの大きさ $a/R = 0.5$ について、空かが中央にある場合と偏心量 $e/R = 0.3$ の場合について示す。中央に

偏心球状介在物を有する丸棒の引張り (鶴・柏原)

(a) 中央に空かをもつ場合 ($e/R = 0$)(b) 偏心した空かをもつ場合 ($e/R = 0.3$)Fig. 5 荷重方向対称面上の空か縁周りと丸棒外周の荷重方向応力 σ_y の分布 ($a/R = 0.5$)

空かがある場合、縁と外周の応力はそれぞれ位置に関係なく一定であるが、本計算ではやや不安定な結果となっている。しかし、この結果からも前述のように本計算の精度は誤差 5% 程度と推測できる。応力分布の不安定な原因としては、対称面上の空か縁のみ 2 次元的に小さく分割し、その他は自動分割を用いたために 3 次元的な要素の大きさが不均一となり、また四面体要素 4 節点と少ない節点で計算したことなどで節点応力に影響がでたと思われるが、このような分割法でも誤差の程度は小さいことがわかる。そしてこの応力分布の結果を見ると、負荷方向に対称な断面で介在物境界上の最大応力と最小応力は、偏心した介在物を中心とした x 軸から $\theta' = 0^\circ$ と 180° の点 A, B 付近に生じることがわかる。そ

Fig. 6 介在物界面 A, B 点の荷重方向応力 ($a/R = 0.3$)Fig. 7 介在物界面 A, B 点の荷重方向応力 ($a/R = 0.3$)

ここで、以下は点 A, B に着目して結果を整理した。図 6 に介在物の大きさ $a/R = 0.3$ の場合について、縦軸に介在物との境界上の点 A, B の無次元応力 σ_y/σ_0 、横軸に介在物の偏心量を表す e/R を取り、パラメータに介在物の剛性を表す E_i/E_m を用いて整理し、その結果を示す。介在物の剛性が低いほど孔縁の点 A, B の応力は大きく、そしてその場合ほど偏心量が大きくなるにしたがって点 A, B の応力差も大きくなる。また介在物の剛性が大きくなるほど、偏心量に関係なく点 A, B の応力はほぼ同じで、しかも一定である。この介在物の大きさ $a/R = 0.3$ では、空かも含めて偏心量 $e/R = 0.2$ 程度までは偏心の影響は非常に小さい。

図 7 は図 6 の横軸とパラメータを入れ替えて整理

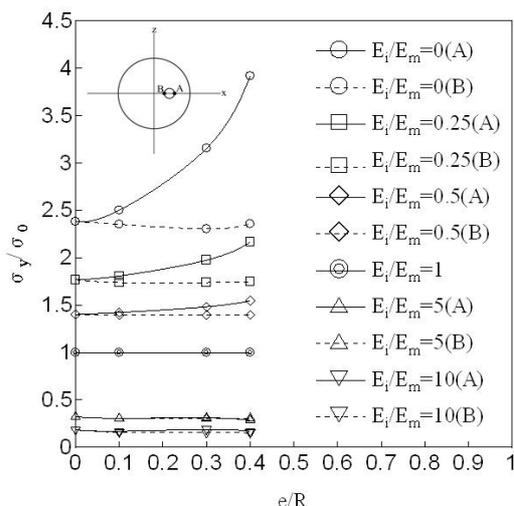


Fig. 8 介在物界面 A, B 点の荷重方向応力 ($a/R = 0.5$)

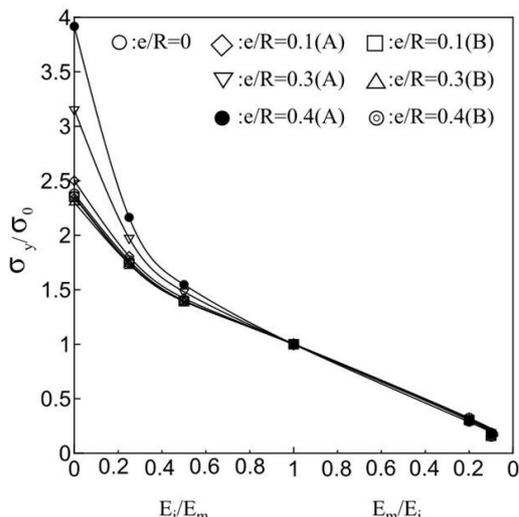


Fig. 9 介在物界面 A, B 点の荷重方向応力 ($a/R = 0.5$)

した結果である。介在物の剛性が大きくなると点 A, B の応力は小さくて差がなくなり、偏心率にも無関係でほぼ 1 本の曲線で示されることがこの図からもわかる。そして空かの偏心率が大きくなるほど応力が大きくなり、空かの問題が重要であることがわかる。

同様に図 8 と図 9 に介在物の大きさ $a/R = 0.5$ の結果について示す。このように介在物が大きくて剛性が母材より小さい場合、境界上の点 A, B の応力は大きく、しかも偏心率が小さくてもその差は顕著である。介在物の剛性が母材の剛性より大きいと、前述したように偏心率に無関係にほぼ一定で、図 9 のように 1 本の曲線で表せる。

表 1 と表 2 に図 6, 7 と図 8, 9 の数値結果を示す。なお、表中に介在物境界の荷重方向 y 軸上の点 C に

おける応力 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ も併せて示す。これらの結果は、介在物の剛性が母材より大きい場合に重要で、特に点 C の σ_y の値は点 A, B の σ_y より大きくなることに注意を要する。

4. 結 言

偏心球状介在物を有する丸棒の引張り問題を市販の有限要素法解析ソフトを用いて数値解析し、3次元弾性応力問題における偏心した球状介在物の大きさとその剛性の影響を偏心率とともに検討し、設計に有益なデータを提供した。概要を以下に示す。

1. 介在物の剛性が低いほど孔縁の点 A, B の応力は大きく、そしてその場合ほど偏心率が大きくなるにしたがって点 A, B の応力差も大きくなる。また介在物の剛性が大きくなるほど、偏心率に関係なく点 A, B の応力はほぼ同じで、しかも一定である。この介在物の大きさ $a/R = 0.3$ では、空かも含めて偏心率 $e/R = 0.2$ 程度までは偏心の影響は非常に小さい。そして空かの偏心率が大きくなるほど応力が大きくなり、空かの問題が重要であることがわかる。
2. 介在物の大きさ $a/R = 0.5$ のように介在物が大きく、そして剛性が母材より小さい場合、境界上の点 A, B の応力は大きく、しかも偏心率が小さくてもその差は顕著である。介在物の剛性が母材より大きいと、前述したように偏心率に無関係にほぼ一定となる。
3. 介在物の剛性が母材より大きい場合に点 C の応力は重要で、特に点 C の σ_y の値は点 A, B の σ_y より大きくなることに注意を要する。

文 献

- [1] 改訂 材料強度学 (2005), 日本材料学会。
- [2] 矢川 元基:破壊力学, 培風館, (1988)。
- [3] 村上 敬宜: 応力集中の考え方, 養賢堂, (2005)。
- [4] 堀辺他 3 名: 円形介在物を有する帯板の引張り, 日本機械学会論文集 (A 編), 72 - 719 (2006 - 7)。
- [5] 石田 誠: 偏心円孔を有する帯板の引張り, 日本機械学会論文集, 19 巻 87 号, 昭 28, pp.100 - 106。

偏心球状介在物を有する丸棒の引張り（鶴・柏原）

Table 1 介在物界面上 A, B, C 点の応力 (A_y, C_x 等は点 A の σ_y , 点 C の σ_x 等を表す) ($a/R = 0.3$)

E_i/E_m	σ/σ_0	e/R			
		0	0.1	0.3	0.5
0	A_y	2.11	2.13	2.22	2.44
	B_y	2.11	2.12	2.14	2.17
	C_x	-0.744	-0.722	-0.737	-0.747
	C_y	0.001	-0.017	-0.000	-0.016
	C_z	-0.749	-0.729	-0.753	-0.781
0.25	A_y	1.65	1.66	1.69	1.78
	B_y	1.65	1.66	1.66	1.68
	C_x	-0.438	-0.449	-0.458	-0.443
	C_y	0.419	0.406	0.403	0.417
	C_z	-0.438	-0.438	-0.458	-0.473
0.5	A_y	1.36	1.36	1.38	1.41
	B_y	1.36	1.36	1.36	1.37
	C_x	-0.248	-0.253	-0.257	-0.251
	C_y	0.682	0.676	0.675	0.680
	C_z	-0.248	-0.247	-0.257	-0.264
1	A_y	1.00	1.00	1.00	1.00
	B_y	1.00	1.00	1.00	1.00
	C_x	0.000	0.000	0.000	0.000
	C_y	1.00	1.00	1.00	1.00
	C_z	0.000	0.000	0.000	0.000
5	A_y	0.299	0.300	0.301	0.324
	B_y	0.299	0.296	0.299	0.301
	C_x	0.524	0.530	0.532	0.529
	C_y	1.60	1.62	1.62	1.62
	C_z	0.524	0.518	0.529	0.533
10	A_y	0.141	0.142	0.149	0.189
	B_y	0.141	0.138	0.141	0.146
	C_x	0.647	0.655	0.656	0.653
	C_y	1.74	1.76	1.75	1.75
	C_z	0.647	0.640	0.651	0.654

Table 2 介在物界面上 A, B, C 点の応力 (A_y, C_x 等は点 A の σ_y , 点 C の σ_x 等を表す) ($a/R = 0.5$)

E_i/E_m	σ/σ_0	e/R			
		0	0.1	0.3	0.4
0	A_y	2.38	2.50	3.15	3.91
	B_y	2.38	2.35	2.30	2.36
	C_x	-0.785	-0.782	-0.763	-0.712
	C_y	-0.039	-0.028	-0.002	-0.017
	C_z	-0.799	-0.786	-0.830	-0.858
0.25	A_y	1.77	1.81	1.97	2.16
	B_y	1.77	1.74	1.74	1.75
	C_x	-0.463	-0.471	-0.468	-0.447
	C_y	0.402	0.426	0.431	0.444
	C_z	-0.477	-0.478	-0.494	-0.495
0.5	A_y	1.40	1.42	1.48	1.55
	B_y	1.40	1.40	1.39	1.40
	C_x	-0.255	-0.259	-0.258	-0.251
	C_y	0.683	0.696	0.698	0.707
	C_z	-0.263	-0.263	-0.269	-0.269
1	A_y	1.00	1.00	1.00	1.00
	B_y	1.00	1.00	1.00	1.00
	C_x	0.000	0.000	0.000	0.000
	C_y	1.00	1.00	1.00	1.00
	C_z	0.000	0.000	0.000	0.000
5	A_y	0.323	0.307	0.311	0.286
	B_y	0.323	0.305	0.302	0.306
	C_x	0.488	0.503	0.494	0.488
	C_y	1.55	1.55	1.52	1.49
	C_z	0.507	0.508	0.503	0.492
10	A_y	0.186	0.171	0.190	0.170
	B_y	0.186	0.160	0.155	0.153
	C_x	0.595	0.614	0.602	0.594
	C_y	1.66	1.66	1.62	1.59
	C_z	0.619	0.620	0.621	0.596