

偏心球状介在物を有する丸棒の曲げ

鶴 秀登*・柏原 一仁**

Bending of a Cylindrical Bar with an Eccentric Spherical Inclusion

Hideto Tsuru*, Kazuhito Kashihara**

Abstract

The bending problem of a cylindrical bar containing a spherical inclusion located eccentrically from the center line is treated by finite element method (FEM). Stresses on the bonded boundary and the outer boundary of the bar are given for various locations and elastic moduli of the inclusion, and numerical results are examined.

1. 緒言

機械や構造物を安全に保つために、その部材の強度評価は欠かせない。部材の破壊現象を定量的にとらえるには材料試験とその形状の応力解析が重要である^[1]。応力解析では、コンピュータの高性能化と有限要素法などを用いた計算ソフトの多機能化と高精度化、およびプリ・ポストプロセッサ技術の進展により、複雑な形状や多くの条件を与える問題が取扱えるようになり、精度良い結果を与えてきている。また、実験が行えない場合や現象を可視化したい場合にも、数値解析は有効な手段となり得る^{[2], [3]}。

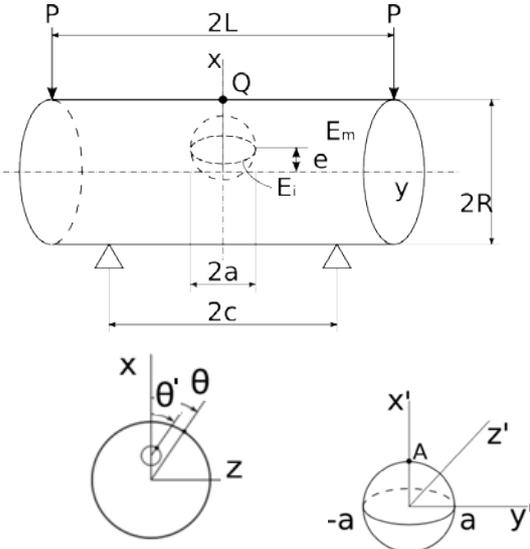
本研究では、偏心球状介在物を有する丸棒の曲げ問題を市販の有限要素法解析ソフトを用いて数値解析し、3次元弾性応力問題における応力集中について設計に有益なデータを提供する。具体的には、曲げ応力場の空かも含む介在物境界上の応力集中と、中立軸から最も離れた丸棒外周上の最大曲げ応力の関係について、球状介在物の大きさを一定としその剛性と偏心量の影響を考察する。

2. 解析方法

取り扱った偏心球状介在物を持つ丸棒の曲げ問題を図1に示す。図中の記号は結果の整理に用い、数値計算は、丸棒直径 $2R=200\text{mm}$ 、丸棒の長さで荷重間距離 $2L=800\text{mm}$ 、支点間距離 $2c=600\text{mm}$ 、丸棒の縦弾性

係数 $E_m=206\text{GPa}$ 、ポアソン比 $\nu=0.3$ とし、球状介在物の直径 $2a=60\text{mm}$ の一定に取り、偏心量 e および縦弾性係数 E_i を種々変化させて行った。ただし、介在物のポアソン比は母材と同じにした。

また問題を解析する上で、球状介在物と母材の境界面は完全に接合しているとし、変形後も接合条件は保たれているとした。



丸棒中央断面極座標 介在物局所座標
 図1 4点曲げを受ける球状介在物を持つ丸棒

*電子機械工学科
 **神戸大学大学院海事科学研究科

この問題の数値解析には市販の有限要素法解析ソフトウェア(プリ・ポストプロセッサ MSC.Patran、ソルバ MD.Nastran)を用い、4面体要素の4節点で計算した。なお、問題の対称性を考慮して図1の形状の1/4領域を用いた。

3. 数値解析結果と検討

偏心量 e の介在物が空かである場合、丸棒中央断面 (xz 面) の図心 (中立軸との交点) は、 x 軸から x_G だけ離れた次式で示す位置になる。そして丸棒外周の最大曲げ応力 σ_b は次式で与えられる。

$$\sigma_b = \frac{M_0}{Z}$$

$$Z = \frac{I_z}{R + x_G} \quad x_G = -\frac{\left(\frac{a}{R}\right)^2 e}{1 - \left(\frac{a}{R}\right)^2}$$

$$I_z = \frac{\pi}{4} (R^4 - a^4) + \pi \{x_G^2 R^2 - (x_G + e)^2 a^2\}$$

ここで Z は断面係数、 I_z は z 軸周りの断面2次モーメントである。

まず、4点曲げによる空かをもつ丸棒中央断面の曲げ応力場を検討した。図2に丸棒の直径方向分割数80、空かの半円周の分割数160程度を用いた数値解析結果と上述の式の理論結果を比較して示す。空かの偏心位置によらず、数値解が精度良い結果を与えることがわかる。なお上述の式からも分かるが、図2の結果が示すように空かによる中立軸の円断面中央からのずれは小さい。

次に、要素分割と解の安定性の関係を検討するため、丸棒の断面中央に空かがある問題について、その半円周の分割数を変えて解の安定性を見た。着目は図1に示す空か縁の点Aの y 方向応力 σ_y と z 方向応力 σ_z である。なお丸棒直径方向の分割数は80に固定した。結果を表1に示す。半円周の分割数160程度で解が安定していることがわかる。これを踏まえて、すべての計算を丸棒直径方向の分割数80、半円周の分割数160程度で行った。図3にFEM解析のための要素分割例を示す。

図4、図5、図6に球状介在物を空かとし、その大きさ $a/R=0.3$ を一定にして空かの偏心量による応力分布の変化を示す。図1の極座標 θ 、 θ' を横軸

に取り、丸棒外周と空か縁の y 方向応力 σ_y を縦軸に取って示せば、空かの大きさ $a/R=0.3$ の場合、偏心量が大きくなると空か縁の応力分布が丸棒外周の応力分布より常に大きい。これらの結果を、丸棒中央に置いた座標系の x 軸の値を横軸にとって示せば

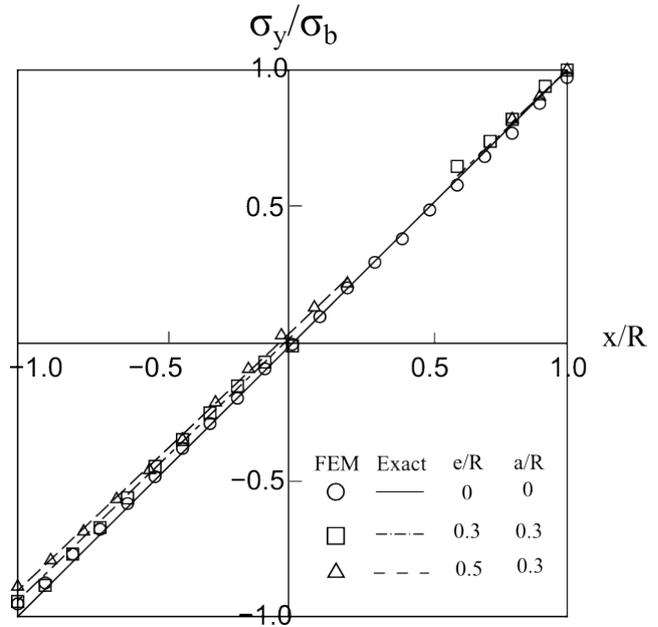
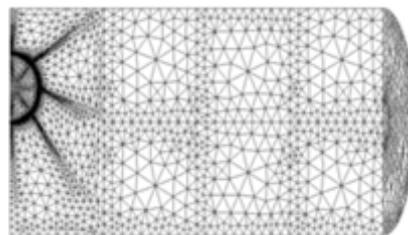


図2 空かをもつ丸棒中央断面の応力分布 (4点曲げ)



$a/R=0.3, e/R=0.3$

図3 解析領域 (1/4 丸棒) の要素分割例

表1 空か縁の要素分割と解の安定性 ($a/R=0.5, e/R=0$)

| 半円周の要素分割数 | 80 | 160 | 240 |
|----------------------------|--------|--------|--------|
| σ_y / σ_b (点A) | 0.878 | 0.876 | 0.879 |
| σ_z / σ_b (点A) | 0.0688 | 0.0618 | 0.0715 |

偏心球状介在物を有する丸棒の曲げ (鶴・柏原)

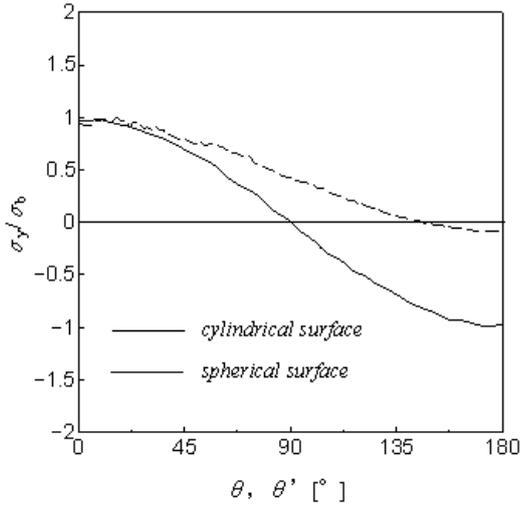


図4 丸棒外周と空か縁の y 方向応力分布 (a/R=0.3, e/R=0.2)

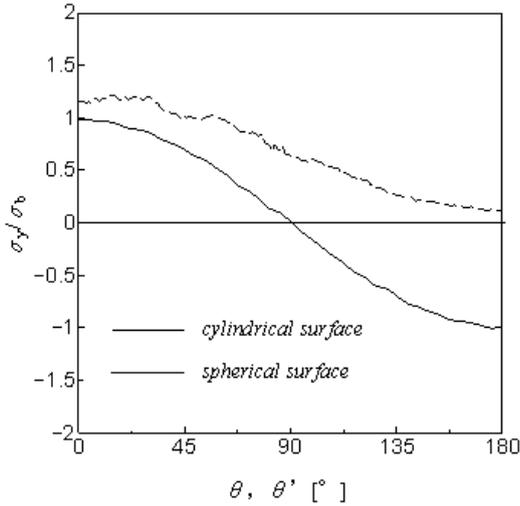


図5 丸棒外周と空か縁の y 方向応力分布 (a/R=0.3, e/R=0.3)

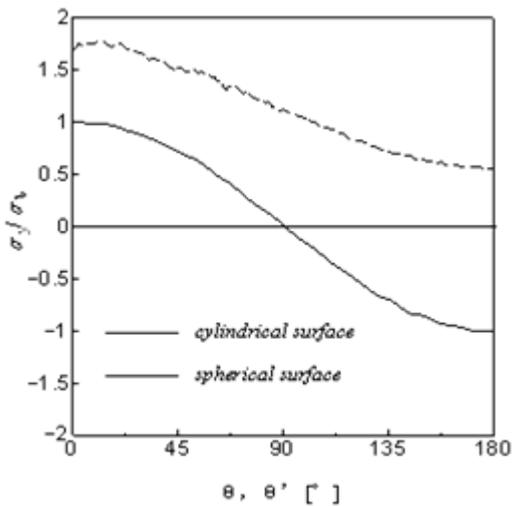


図6 丸棒外周と空か縁の y 方向応力分布 (a/R=0.3, e/R=0.5)

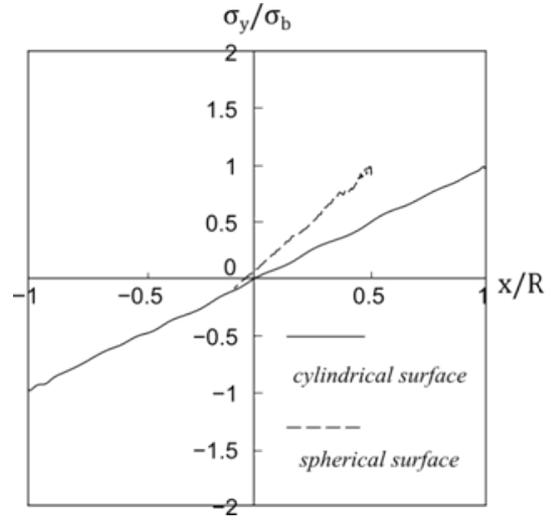


図7 丸棒外周と空か縁の y 方向応力分布 (a/R=0.3, e/R=0.2)

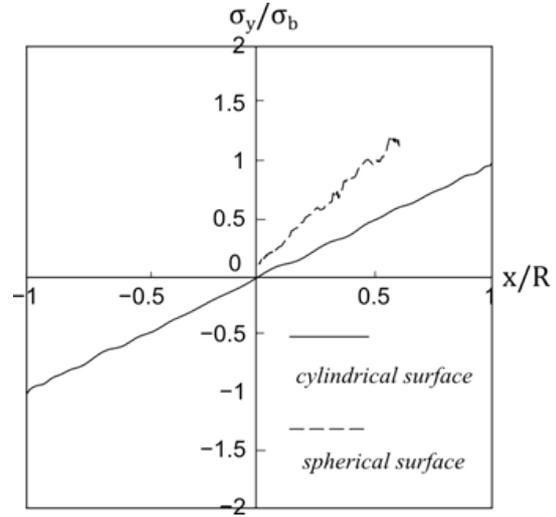


図8 丸棒外周と空か縁の y 方向応力分布 (a/R=0.3, e/R=0.3)

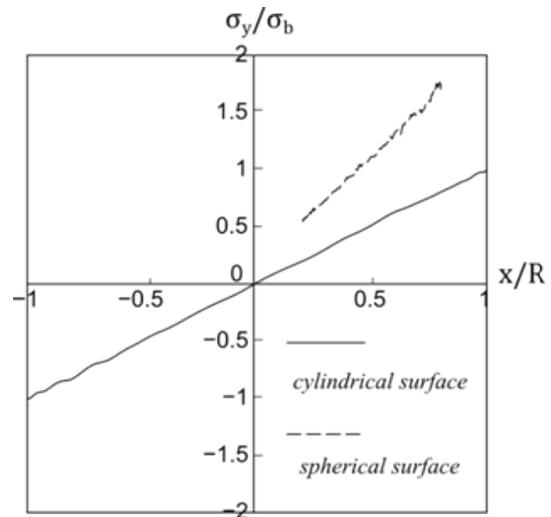


図9 丸棒外周と空か縁の y 方向応力分布 (a/R=0.3, e/R=0.5)

図7、図8、図9となる。これらの結果を見れば丸棒外周と空か縁に沿ったy方向応力は、中立軸からの距離にほぼ比例するような応力変化を示し、その変化の割合は空か縁の方が大きいことがわかる。

次に、介在物の大きさ $a/R=0.3$ の場合で、偏心量を $e/R=0.2, 0.3, 0.5$ に変化させ、それぞれ介在物と母材の剛性比 $E_i/E_m=0, 1, 5$ として、xz面上(丸棒と球状介在物の中央を縦断する面上)のx軸上のy方向応力 σ_y を図10、図11、図12に示す。横軸に丸棒中央に置いた座標系のx軸の値(丸棒中心からの距離)を取り、縦軸の応力 σ_y は介在物のない($E_i/E_m=1$)丸棒外周の曲げ応力 σ_b で無次元化している。これらの結果から、空かの場合にその縁で大きな応力集中が起きることがわかる。一方、剛性の大きい介在物の縁では、応力が小さくなる。それらの傾向は、球状介在物の偏心量によって異なり、球状介在物が丸棒中心位置から偏心するほど大きくなる。そして空かの場合に、空か縁の最大応力が丸棒外周の曲げ応力より大きくなる場合があることがわかる。なお、丸棒中心から介在物と離れている側の応力には、介在物の影響がほとんどない。

4. 結言

偏心球状介在物を有する丸棒の曲げ問題を市販の有限要素法解析ソフトを用いて数値解析し、曲げ応力場の空かも含む介在物境界上の応力集中と、中立軸から最も離れた丸棒外周上の最大曲げ応力の関係について考察した。概要を以下に示す。

1. 丸棒外周と空か縁に沿った応力は、中立軸からの距離にほぼ比例するような応力変化を示し、その変化の割合は空か縁の方が大きい。
2. 丸棒と球状介在物の中央を縦断する面に垂直な方向の応力は、空かの場合にその縁で大きな応力集中が起きる。一方、剛性の大きい介在物の縁では、応力が小さくなる。それらの傾向は、球状介在物の偏心量によって異なり、球状介在物が丸棒中心位置から偏心するほど大きくなる。
3. 球状介在物、特に空かの偏心量によって空か縁の最大応力が丸棒外周の曲げ応力より大きくなる場合がある。なお、丸棒中心から介在物と離れている側の応力には、介在物の影響がほとんどない。

参考文献

- [1] 改訂 材料強度学、日本材料学会(2005)。
- [2] 矢川 元基、破壊力学、培風館(1988)。
- [3] 村上 敬宜、応力集中の考え方、養賢堂(2005)。

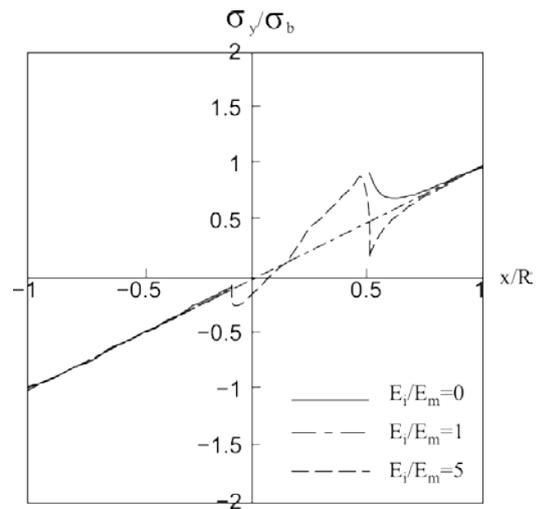


図10 丸棒と介在物中央縦断面の応力分布
($a/R=0.3, e/R=0.2$)

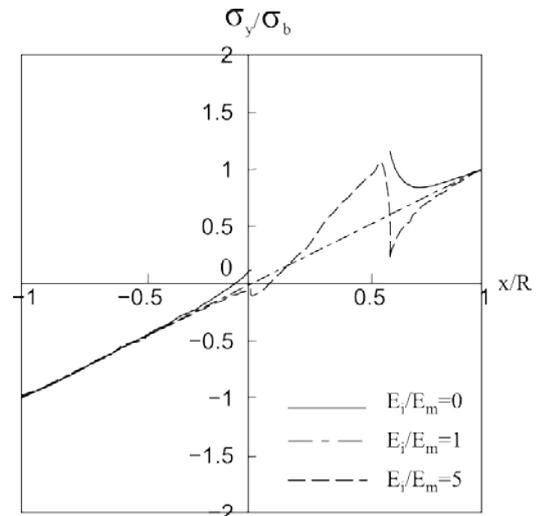


図11 丸棒と介在物中央縦断面の応力分布
($a/R=0.3, e/R=0.3$)

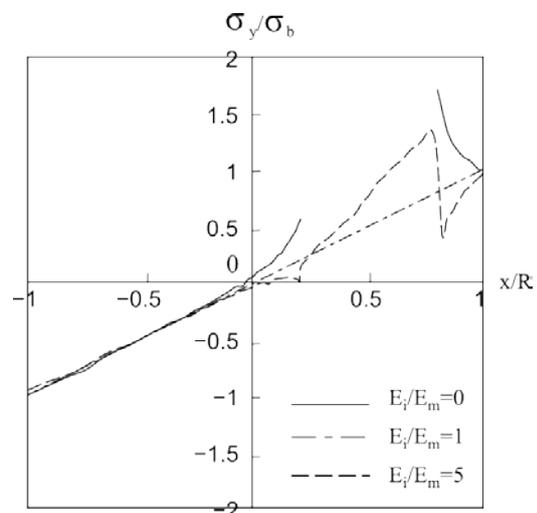


図12 丸棒と介在物中央縦断面の応力分布
($a/R=0.3, e/R=0.5$)