

新入生の計算力の分析

南郷 毅*

Analysis of the Calculation Power of Freshmen

Tsuyoshi Nango*

Abstract

The calculation power is very important for freshmen to study mathematics. We examined the calculation power of them. From analysis of its results, we can read the following things.

1. They are not good at calculation of the fraction containing the character.
2. They do not understand the difference between the solutions of a quadratic equation and the positive square root.

In this paper, we analyze the calculation power of freshmen in detail.

1. はじめに

近年、高等学校や高等専門学校の教員から、現場の感覚として、学生の計算力が低下しているのではないかという声を聞く事が多い。弓削商船高等専門学校（以下、本校と記述する。）においても、数学科の教員だけでなく専門学科の教員からも、分数の計算ができない学生、因数分解のできない学生、式の計算が十分にできない学生が増えているような感覚を覚えるといった声が聞かれる。実際、筆者が前任教で実施した、新入生の計算力に関する研究[1]においても、新入生の計算力の低下傾向が見られた。また、高田、神田、堤、吉富の新入生の学力についての研究[2]においても、計算問題の項で「中学生の基本的な計算力の低下を懸念させるものと考えられる。」と言及されている。

計算力は、高等学校や高等専門学校における数学を学ぶための言語に相当する極めて基本的な力である。高等学校や高等専門学校の数学では、中学校の数学と比べ、式変形とともに概念を提示する場面が増える。例えば、1年生の前期で学ぶ2次関数のグラフの頂点や軸の概念は、平方完成という式変形とともに提示される。

新入生にとって、基礎的な計算力を身につけることは、今後の数学の学習に円滑に取り組むための必須事項である。また、指導する側である私たち教員も、新入生の計算力の現状を踏まえた授業を展開する事で、新入生の学力向上につなげる事ができると

考える。

そこで、本校の新入生の計算力の現状を初年次教育の時間に調査し、その結果を分析した。

本研究の目的は、本校の新入生の計算力の現状を分析し、じ後の指導に資する知見を得ることである。

2. 計算力試験の概要

計算力を調査するための問題として、平成24年8月に福岡県で開催された日本数学教育学会第94回全国算数・数学教育研究（福岡）大会における筆者の研究発表「新入生の計算力の現状と改善のための取り組み」[1]で公表した問題（以下、計算力試験と記述する。）を用いた。

なお、発表時、筆者は陸上自衛隊高等工科大学に所属しており、発表において「計算力試験を各学校で活用すること」、「計算力試験を活用した研究について、計算力試験の概要や問題の一部を提示し発表すること」などは自由だが、「計算力試験をそのまま公表すること」だけは控えて頂くようお願いした。計算力試験そのものを公表する事はできないため、その概要を表1に示す。

試験時間は45分であり、問題は50題である。問題は8分野に分かれている。各問題は、それぞれの分野で必要となる計算に関する要素を1つ以上含んでいる。

表1 計算力試験の概要

対	象	新入生
実 施 時 期		4月上旬
試 験 時 間		45分
問 題 数		50題
出題分野と計算要素	四則計算 ・簡単な四則計算 ・負の数の差 ・計算順序 ・指数 ・通分をとまなう	8題
	文字式の計算 ・四則計算 ・計算順序 ・分配法則 ・負の数の分配 ・分子に文字を含む ・通分をとまなう ・複数の文字を含む	10題
	無理数の計算 ・四則計算 ・指数、積、商の混在 ・計算結果の簡易化	6題
	1次方程式 ・移項 ・括弧の処理 ・係数が負の数 ・係数が分数	6題
	連立方程式 ・係数をそろえる ・係数が整数 ・係数が分数	3題
	2次方程式 ・平方根の活用 ・因数分解の活用 ・解が無理数になる ・解が重解になる ・共通因数の括りだし	5題
	展開 ・公式による展開 ・展開後に定数倍	6題
	因数分解 ・公式による因数分解 ・共通因数の括りだし	6題

3. 計算力試験結果と分析

3.1 試験結果をまとめる際の観点と評価の基準

試験結果をまとめる際に、次の3つの観点を設定した。

観点1：分野別正答率

観点2：問題別正答率

観点3：分野別通過率

観点1、観点2は、問題に視点を置いた観点である。どのような分野やどのような問題を新入生が苦手としているか確認する。

観点3は、新入生に視点を置いた観点である。

「新入生Aが、分野Xにおいて出題された問題の半数以上の問題に正解すれば、新入生Aは分野Xを通過した。」

と定義する。通過の基準を問題の半数以上としたのは、各分野の半数以上の問題に正解できれば、その分野で要求される基本的な計算力は身につけており、自らの学習で計算力の改善が可能と考えられるためである。観点3により、分野ごとに、どの程度の新入生が理解できているか確認する。

これまでの筆者の8年間の教育経験から、授業中の机間巡視時間を活用し、基礎的な計算を含めて授業の内容を指導する場合、時間の都合上、指導することが可能な人数の限界は2名(クラスの5%)と感じている。また、クラスに対して一斉に指導する場合、計算力試験における正答率が80%未満の分野が関係すると、そのクラスの授業進度が想定よりも遅くなると感じている。

本研究では、「各分野において、正答率80%以上かつ通過率95%以上」を評価基準とし、評価基準が達成されていない場合、その分野の計算力に問題があると捉えることにする。

3.2 計算力試験結果の概要

4月の第1回目の初年時教育の時間に計算力試験を実施した。結果の概要を表2に示す。

表2 計算力試験結果の概要

	商船	電子機械	情報	全体
受験者	44名	42名	43名	129名
平均点	84.4	81.0	84.6	83.3
未通過分野保持者	15名	20名	20名	55名

全体の平均点は83.3点であり、良好な結果と捉えることができる。しかし、未通過分野保持者が全体の約43%にあたる55名存在することから、何らかの分野の

計算力に問題を抱える新入生が半数近く存在することがわかる。以下、3.1節で示した観点で分析する。

3.3 各分野の正答率と通過率

各分野の正答率と通過率を、全体についてまとめたグラフを図1に示す。また、商船学科についてまとめたグラフを図2に、電子機械工学科についてまとめたグラフを図3に、情報工学科についてまとめたグラフを図4に示す。

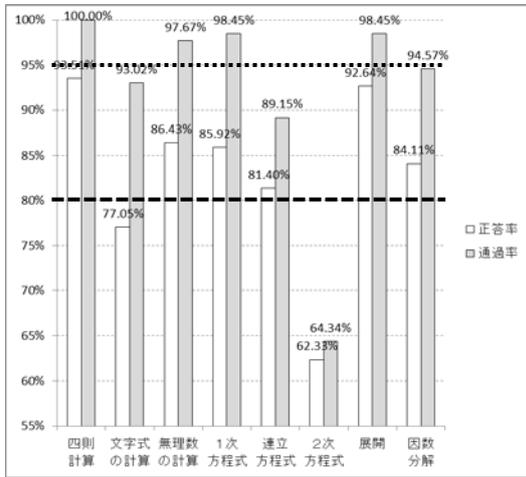


図1 正答率と通過率 (全体)

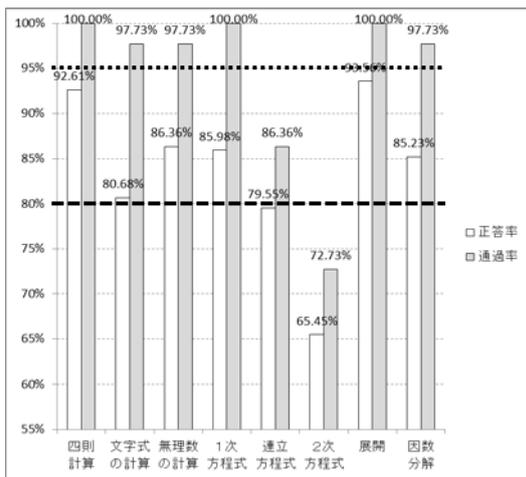


図2 正答率と通過率 (商船学科)

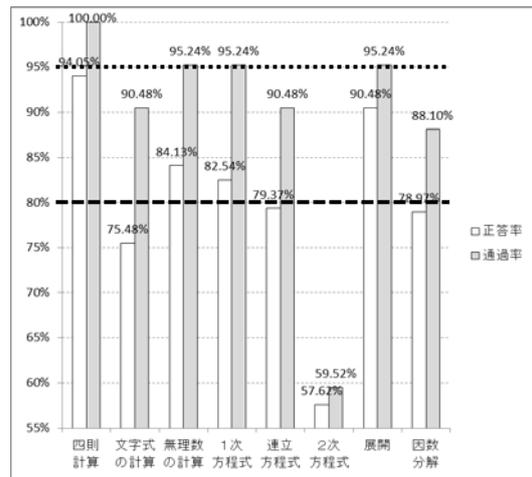


図3 正答率と通過率 (電子機械工学科)

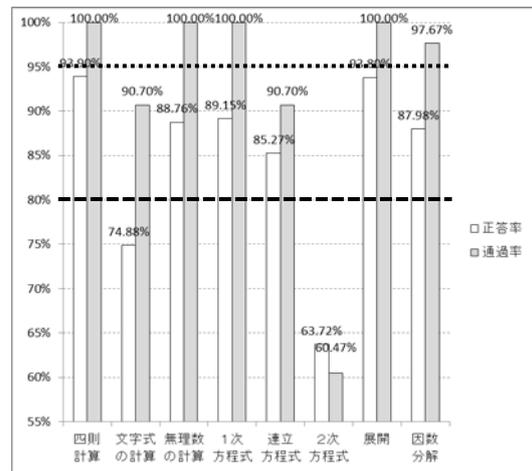


図4 正答率と通過率 (情報工学科)

3.4 全体の正答率と通過率の分析

図1に示す結果をもとに、本校の新入生全体について分析する。

評価基準である正答率80%以上かつ通過率95%以上を達成できていない分野は、文字式の計算、連立方程式、2次方程式、因数分解である。特に、文字式の計算、2次方程式は正答率、通過率ともに達成しておらず、新入生にとって問題となる分野と考えられる。

文字式の計算は、正答率77.05%、通過率93.12%であり、正答率と通過率に15.97%の差がある。正答率と通過率に大きな差があるということは、文字式の計算を通過した新入生であっても正答できていない問題が複数存在することを示している。つまり、基本的な文字式の計算はできるにも関わらず、特定の計算要素を含む文字式の計算ができない新入生が一定数存在すると推察される。

新入生の計算力の分析（南郷）

また、因数分解や連立方程式、評価基準を達成している無理数の計算、1次方程式においても正答率と通過率の間に約10%の差が存在する。このことから、各分野の基本的な計算はできるが、特定の計算要素を含む計算について理解できていない新入生が一定数存在することが推察される。

2次方程式は、正答率62.33%、通過率64.34%であり、正答率と通過率の差は2.01%である。正答率と通過率にほぼ差が無いということは、2次方程式を理解できている新入生と理解できていない新入生が、明確に分かれていることを示している。つまり、2次方程式を根本的に理解できていない新入生が約40%存在すると考えられる。

図2、図3、図4に示す各学科の正答率と通過率にもほぼ同様の傾向がみられることから、本校の新入生は文字式の計算を苦手としており、特定の計算要素を含む計算について理解できていないと考えられる。また、2次方程式について理解できていないと考えられる。

新入生が理解できていないと考えられる特定の計算要素と2次方程式については、3.6節で詳しく述べる。

3.5 各学科の正答率と通過率の分析

各学科の正答率や通過率を分析し、各学科の新入生の特徴を述べる。各分野の学科別正答率をまとめたグラフを図5に、各分野の学科別通過率まとめたグラフを図6に示す。

3.5.1 商船学科新入生の分析

図2、図5、図6に示す結果をもとに、商船学科新入生について分析する。

評価基準である正答率80%以上かつ通過率95%以上を達成できていない分野は、連立方程式、2次方程式である。

連立方程式は他学科と比較して、通過率と正答率とも低く、連立方程式の解法について復習が必要と考えられる。

一方で、図5、図6に注目すると、新入生の問題となる分野である文字式の計算について、正答率、通過率ともに他学科よりも5%程度高い。また、2次方程式における通過率が、他の学科と比べて10%程度高い。

以上の結果から、商船学科の新入生の特徴は、基礎的な計算力のある程度備えているが、連立方程式と2次方程式に問題があると捉えることができる。授業時には、連立方程式の解の意味と解法の復習が必要と考える。

3.5.2 電子機械工学科新入生の分析

図3、図5、図6に示す結果をもとに、電子機械工学科新入生について分析する。

評価基準である正答率80%以上かつ通過率95%以上を

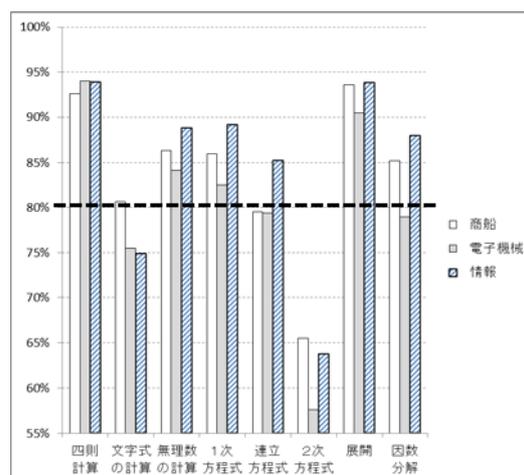


図5 学科別正答率

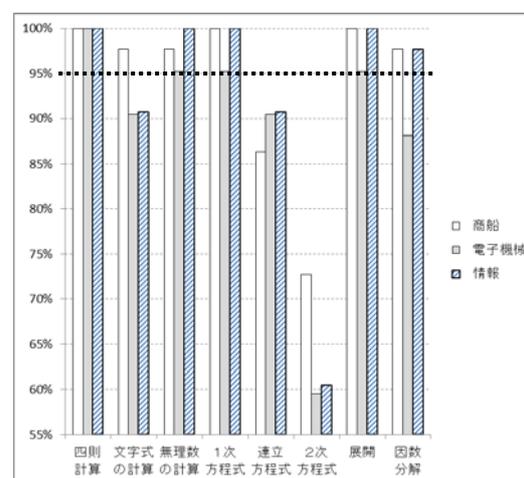


図6 学科別通過率

達成できていない分野は、文字式の計算、連立方程式、2次方程式、因数分解である。

図6に示す通過率に着目すると、1次方程式、展開、因数分解において、評価基準を達成していても、他学科よりも低い傾向がある。また、図5に示す正答率に着目すると、上述の分野に加えて2次方程式の正答率が他学科よりも低い傾向がある。これらの分野は、1次方程式で方程式の意味を学び、展開、因数分解で式の整理法を学び、これらを2次方程式で統合するといった、一連の学習のつながりを持っている。一連のつながりを意識した授業と演習が必要と考えられる。また、文字式の計算については、全体の分析で述べたとおりである。

一方で、四則計算は通過率が100%であり、正答率も他学科を上回っている。また、連立方程式では正答率の割には通過率が高い。学習のつながりがそれほど強くない分野では、基礎事項が身につけている傾向があると捉え

することもできる。

以上の結果から、電子機械工学科の新入生の特徴は、数の四則計算はできるが、文字式の計算、方程式に関する一連の分野（1次方程式、展開、因数分解、2次方程式）に問題があると捉えることができる。授業時には、方程式の意味や一連のつながりを意識した指導と演習が必要と考える。

3. 5. 3 情報工学科新入生の分析

図4、図5、図6に示す結果をもとに、情報工学科新入生について分析する。

評価基準である正答率80%以上かつ通過率95%以上を達成できていない分野は、文字式の計算、連立方程式、2次方程式である。

文字式の計算、2次方程式については、全体の分析で述べたとおりである。図5、図6に着目すると、連立方程式の通過率は他学科との差が小さいが、正答率では他学科よりも5%以上高く85%を超えている。また、図6からわかるように、四則計算、無理数の計算、1次方程式、展開において通過率が100%である。他学科と比べて基本的な計算力が身につけていると考えられる。

以上の結果から、情報工学科の新入生の特徴は、基礎的な計算力を備えているが、文字の計算、2次方程式に問題があり、連立方程式に若干の問題があると捉えることができる。授業時には、連立方程式を中心として、計算力のさらなる充実を図ることが必要と考える。

3. 6 特定の計算要素と2次方程式

これまで、分野別正答率、分野別通過率をもとに、新入生全体、各学科について計算力の特徴を分析した。本節では、問題別正答率をもとに、新入生が理解できていないと考えられる特定の計算要素と2次方程式に関して分析する。

各問題の正答率のうち、正答率が70%を下回った問題を「著しくできない問題」と定義する。著しくできない問題は12題存在した。内訳を表3に示す。

3. 6. 1 特定の計算要素について

表3に示した計算要素を問題別正答率とともに分析し、新入生が理解できていない特定の計算要素を調べる。

表3に示す問題2、問題3、問題4、問題6、問題7に共通する計算要素として、分数の処理（分子に文字を含む、通分をとまなう、係数が分数）がある。分数の処理は、文字式の計算、1次方程式、連立方程式の3分野にまたがっている。著しくできない問題以外の分数に関する問題の正答率を調べると、文字を含まない分数の計算4題では、正答率が90%を超えている。一方で、文字を含む分数の計算2題では、正答率が70%台と低くなっ

表3 著しくできない問題

問題	分野	計算要素
1	文字式の計算	計算順序
2		負の数の分配 分子に文字を含む
3		負の数の分配 分子に文字を含む 通分をとまなう
4		通分をとまなう 複数の文字を含む
5	無理数の計算	指数、積、商の混在
6	1次方程式	係数が分数
7	連立方程式	係数をそろえる 係数が分数
8	2次方程式	平方根の活用
9		平方根の活用 解が無理数になる
10		解が重解になる
11		共通因数の括りだし
12	因数分解	共通因数の括りだし

ている。また、問題2、問題3で負の数の分配が共通する要素として見られるが、文字と分数を同時に含まない負の数の分配3題の正答率は89%以上であり、負の数の分配は理解できていると考えられる。

以上から、本校の新入生が理解できていない特定の計算要素として、文字を含む分数の計算が考えられる。

また、問題11、問題12では共通因数の括りだしが共通する要素として見られる。問題11の正答率は67.4%、問題12の正答率は58.9%である。共通因数の括りだしを計算要素に含む問題はこの2題のみであるため根拠がやや乏しいが、全体の30%~40%の新入生が共通因数の括りだしを理解できていないと考えられる。

授業時には、文字を含む分数の計算を多く取り上げ丁寧に解説する必要がある。また、初年時教育の時間を活用して、文字を含む分数の計算や共通因数での括りだしの演習が必要と考える。

3. 6. 2 2次方程式について

先に述べたように、本校の新入生のうち約40%が2次方程式を根本的に理解できていないと考えられる。2次方程式の問題について分析し、2次方程式のどのような点が理解できていないかを明らかにする。

計算力試験では、2次方程式の問題を5題出題した。そのうち、著しくできない問題に4題が含まれている。表4に2次方程式の問題の詳細を示す。

新入生の計算力の分析（南郷）

表4 2次方程式分野の詳細

問題	計算要素	正答率
1	平方根の活用	47.3%
2	平方根の活用 解が無理数になる	50.4%
3	因数分解の公式	79.8%
4	解が重解になる	66.7%
5	共通因数の括りだし	67.4%

問題1, 問題2は $ax^2 = b$ という形をした問題であり, 両辺を a で割り, 右辺の平方根をとれば解答を導くことができる易しい問題である. しかし, 計算力試験において, 問題1が最も正答率が低い問題, 問題2が2番目に正答率が低い問題となった. 問題1, 問題2のほぼすべての誤答は, 負の平方根を忘れたものである.

問題3は因数分解の公式を使って解を求める問題である. 正答率も79.8%であり, 概ね理解できている.

問題4は因数分解した結果が2乗になり, 解が重解となる問題である. 多くの誤答が, 重解に0を加えて答えたものである.

問題5は共通因数の括りだしをとる問題である. 共通因数の括りだしができないため, 誤答の種類も多岐にわたっている.

問題1, 問題2の誤答から, 新入生は2次方程式の解と正の平方根の違いが理解できていないことがわかる. また, 問題3, 問題4で因数分解はできていることから, 新入生は, 2次方程式を解くために必要な手順を理解していると考えられる. 以上から, 本校の新入生は, 2次方程式を解くための手順を形式的に理解しているが, 2次方程式の解の意味を理解できていないと考えられる.

授業時には, 中学校の教科書レベルまで遡った説明や, 2次方程式の解の意味と正の平方根との違いを強調した指導と演習が必要である.

なお, この傾向は, 筆者による先行研究 [1] で報告した内容とも合致する. 前任校においても, 本校と同様の傾向がみられることから, この傾向は全国的なものの可能性がある. データの蓄積を待って, 検証したい.

4. まとめと教育への反映

これまでの分析結果から, 本校の新入生の計算力について, 次のようにまとめることができる.

本校の新入生は, 文字式の計算と2次方程式に問題がある. 特に, 文字を含む分数の計算と2次方程式の解の意味が理解できていない. また, 未通過分野を持つ新入生が55名いることから, 新入生の特性を踏まえた強調ポイントを設定した指導や計算問題による指導が必要

である.

この分析結果を受け, 教育への反映として次の事項を実施している.

- ・数学科教員への分析結果の説明（4月実施）
- ・各学生の分野別正答数, 通過状況一覧表を作成し数学科教員で情報共有（4月実施）
- ・数学科教員間での授業での強調ポイントの共有（継続中）
- ・初年時教育向け計算力改善課題作成とその活用（継続中）

今後も, 各学科の特徴や新入生の計算力の現状を踏まえた教育を実践することで, 新入生が数学の学習により円滑に取り組めるように教育の改善を図る.

今後の課題は, 継続的に新入生の計算力の調査を行い, より適切な教育方法や教材を検討すること, 教育への反映事項の効果を評価し教育の改善を図ることである.

謝辞

計算力試験の実施と採点にあたりご協力いただいた, 総合教育科の藤井清治教授, 野町俊文教授, 久保康幸准教授, 雙内延行准教授に感謝いたします. ありがとうございました.

参考文献

- [1] 南郷毅: 新入生の計算力の現状と改善のための取り組み (日本数学教育学会誌 第94巻 臨時増刊), p. 551 及び発表資料, (2012)
- [2] 高田功, 神田全啓, 堤康嘉, 吉富知行: 大島商船高専における5年間の新入生学力診断テスト (数学) の分析 (独立行政法人国立高等専門学校機構大島商船高等専門学校紀要 第41号), pp. 105-112, (2008)