

# 切欠きをもつ純アルミニウム板材の 弾塑性数値シミュレーション

徳田 つる代\*・鶴 秀登\*\*・中山 恭秀\*\*

## Numerical Simulation of the Elastic-Plastic Behavior of Pure Aluminum Plate with a Notch Subjected to Tension

Tsuruyo Tokuda\*, Hideto Tsuru \*\* and Yasuhide Nakayama\*\*

### Abstract

This paper is concerned with the computer simulation of the elastic-plastic behavior of pure aluminum plate with a notch subjected to tension. The method of analysis is the finite element method (FEM). When performing the elastic-plastic analyses, it is assumed that material is isotropic and yield surface is defined by von Mises yield criteria, and the yield stress and workhardening data of the model are available which have been obtained by tensile tests for pure aluminum plate without a notch. On several notch geometries, results of the elastic-plastic stress and strain near the notch root have been discussed in terms of fracture caused by tensile tests of notched pure aluminum plate.

### 1. 緒言

機械の設計において、使用材料の機械的性質とその形状による応力集中を知ることは重要である。著者らは、純アルミニウム板材(A1050P-O)の引張試験を行いその機械的性質を求め、また板材に各種形状の切欠きを入れ、その破断強度を調べた<sup>[1]</sup>。切欠きをもつ板をその弾性域内で引張る問題は、切欠きによる応力集中現象を数値シミュレーションでとらえ、最大応力が生じる点やその引張応力を用いた応力集中係数などによって評価できるため、理解しやすい。また脆性材料の強度評価へ応用も可能となる。しかし、純アルミニウムのような延性をもつ板の引張りでは、切欠きによる応力集中と材料の降伏、さらに塑性ひずみによるひずみ集中現象などが生じるため、破断に到るまでの複雑な現象を理解し、評価するのは難しい<sup>[2]</sup>。

本論文では、引張試験を行った切欠き試験片の弾塑性挙動について、有限要素法によるシミュレーションを試みた。まず弾性計算により、切欠きによって生じる応力集中現象を求め、さらに負荷を与えて弾塑性計算を破断荷重まで行った。シミュレーションで用いる材料特性には、実験結果に基づく材料特性モデルを用

いた。そして負荷応力ごとのひずみ分布を調べた。き裂の発生や進展についての特別な取扱いを行わない中で、破断荷重までのひずみ挙動に着目して数値解析を行い、破断時の塑性ひずみの定量的な評価を試みた。

### 2. 解析条件

#### 2.1 材料特性

切欠きをもつ純アルミニウム板材の弾塑性数値シミュレーションを行うため、図 1(a)に示す純アルミニウム板材(A1050P-O)の平滑試験片を用いて引張試験を行い、材料の特性を調べた。得られた結果を図 2 に示す<sup>[1]</sup>。それぞれ縦軸と横軸は公称応力  $\sigma_n$  と公称ひずみ  $\varepsilon_n$ 、および真応力  $\sigma_t$  と真ひずみ  $\varepsilon_t$  である。実験結果から引張強さ  $\sigma_B=80\text{MPa}$ 、伸び率  $\phi=57\%$ 、試験片にひずみゲージを用いて測定した縦弾性係数  $E=75343\text{MPa}$ 、ポアソン比  $\nu=0.372$  を得た。

数値シミュレーションは、このような材料特性とミーゼスの降伏規準に従う塑性相当応力を用いた平面応力問題として行った。また、汎用の有限要素法ソフトウェア(プリ・ポストプロセッサ: Marc Mentat, ソルバ: Marc)を用い、三角形要素の 3 節点で計算した。

\*技術支援センター

\*\*電子機械工学科

使用する市販のソフトウェアにおける弾塑性解析では、応力  $\sigma_t$  と全ひずみ  $\epsilon_t$  の関係は、次式で示すように弾性ひずみ  $\epsilon_e$  と塑性ひずみ  $\epsilon_p$  の和として与えるようになっている<sup>3)</sup>。

$$\epsilon_t = \epsilon_e + \epsilon_p = \frac{\sigma_t}{E} + \left(\frac{\sigma_t - \sigma_Y}{K}\right)^{1/n} \quad (1)$$

ここで  $\sigma_Y$  : 降伏応力,  $n$  : 硬化指数,  $K$  : 塑性係数である。

なお、式(1)の降伏応力(耐力)は図 2 の実験結果から明確に得ることは困難である。そこで、塑性ひずみ 0.009%と 0.018%が生じる各応力を降伏応力  $\sigma_Y$  として応力-ひずみ関係をそれぞれ示せば図 3 となる。材料特性にほとんど差が生じない。そして式(1)はそれぞれ次のように表せる。

塑性ひずみ 0.009%を生じる応力を  $\sigma_Y$  とする場合

$$\epsilon_t = \frac{\sigma_t}{110000} + \left(\frac{\sigma_t - 9.8}{151}\right)^{1/0.33} \quad (2)$$

塑性ひずみ 0.018%を生じる応力を  $\sigma_Y$  とする場合

$$\epsilon_t = \frac{\sigma_t}{67000} + \left(\frac{\sigma_t - 12}{149}\right)^{1/0.34} \quad (3)$$

本計算では、式(3)の塑性ひずみ 0.018%が生じる応力 12MPa を降伏応力(耐力)  $\sigma_Y$  とし、 $E=67000\text{MPa}$ ,  $\nu=0.3$ , そして図 2 から得られる  $n=0.34$ ,  $K=149\text{MPa}$  を用いて数値計算を行う。

### 2. 2 要素分割と解析精度

数値解析の精度を検討するため、図 4 に示す一様引張りを受ける幅  $2W$  の長方形板の中央に直径  $2a$  の円孔 ( $a/W=0.1$ ) がある弾性応力集中問題を取扱った。この問題は、図 1(b),(c)に示す試験片の各種切欠き形状の隅角を半径 0.5mm で丸めているため、正方形孔  $a=0.5\text{mm}$  に相当する。そして、最大応力が生じると思われる円弧部の分割数を検討することは、弾塑性シミュレーションにおいても重要である。この問題は対称性を利用し 1/4 領域で取扱い、その全体の要素寸法を円孔縁の要素寸法に準ずるよう要素分割して数値解析した。表 1 に円孔縁の分割数  $N$  と、孔縁の最大応力  $\sigma_{max}$  を負荷応力  $\sigma = \sigma_0$  (一定) で無次元化した応力集中係数  $K_t$  の関係を示す。この問題の精度の良い結果は次式(4)で与えられている<sup>4)</sup>。

$$K_t = \sigma_{max}/\sigma_0 = 3 + 3.5469 \left(\frac{a}{W}\right)^2 + 6.5859 \left(\frac{a}{W}\right)^4 + 2.4298 \left(\frac{a}{W}\right)^6 - 0.5339 \left(\frac{a}{W}\right)^8 \quad (4)$$

式(4)において  $a/W=0.1$  では  $K_t=3.036$  となる。孔縁の分割数 20 で誤差 2%程度となり、解析に十分な精度を与える。以後の計算は、隅角の分割数を 20 とした時の孔縁の要素寸法に準ずるよう、全体を分割して行った。図 5 に切欠き縁分割数  $N=10$  および 20 の場合の要素を示す。なお、分割数の逆数  $1/N$  と  $K_t$  の関係を示せば図 6 のようになり、ほぼ直線関係が得られる。そして、 $N=20$  と 30 の結果を用いて  $N=\infty$  の結果を直線外挿すれば  $K_t=3.07$  となる。

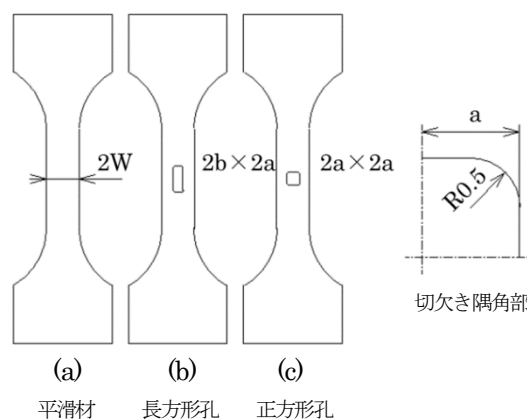


図 1 試験片形状(2W=10mm)

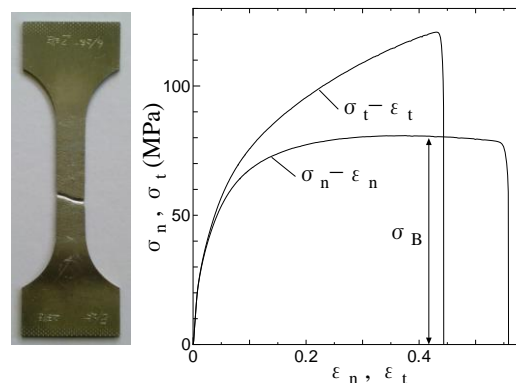


図 2 平滑材の破断と応力-ひずみ関係<sup>1)</sup>

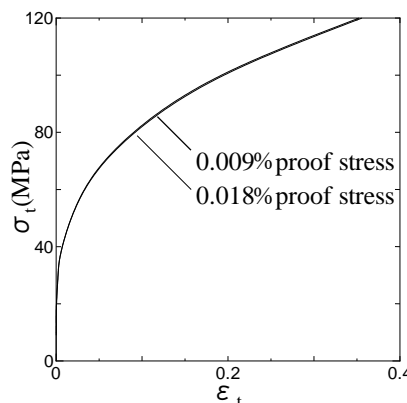


図 3 応力-ひずみ関係モデル

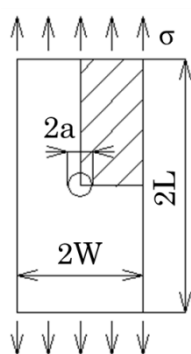
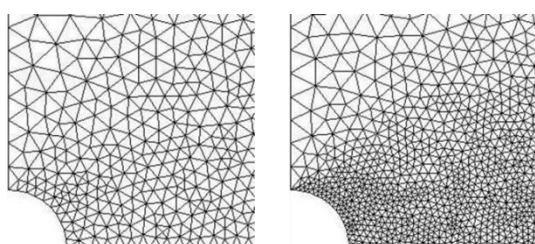


図4 解析領域(L/W=3)

表1 分割数NによるKtの安定性

N	10	20	30	40
Kt	2.60	2.98	3.01	2.97



N=10

N=20

図5 孔縁の分割数Nと全体の要素分割

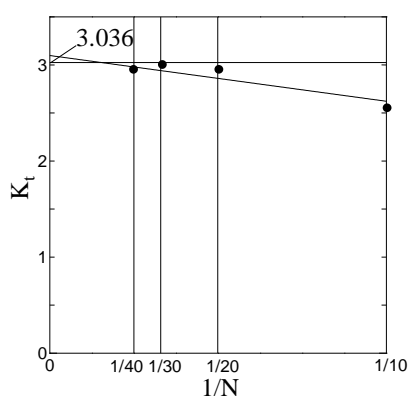


図6 孔縁分割数Nの逆数と解の精度

## 2. 3 降伏応力

2.1 項で述べたように大きい塑性ひずみを生じる場合、式(2)と式(3)で与える降伏応力の差は、図3に示すように応力-ひずみ関係にほとんど差を与えない。さらに図4の問題を用い、降伏応力の差がひずみ分布に

及ぼす影響についても弾塑性シミュレーションを行った。図7に、材料の降伏応力 $\sigma_Y$ を9.8MPa(0.009%耐力)と12MPa(0.018%耐力)とした場合の相当塑性ひずみ分布を示す。荷重応力 $\sigma=20$ MPaでは、降伏応力の違いがひずみ分布に多少の差を与えるが、 $\sigma=60$ MPaではほぼ同じになる。応力-ひずみ関係から推定できるように、切欠き問題の破断荷重近傍の相当塑性ひずみ分布にも、降伏応力9.8MPaと12MPaの違いの影響はほとんど現れないことがわかる。

なお、以後の計算も含めて荷重応力のきざみ幅は、ひずみ分布にその差がでないことを確かめた上で1MPaとした。

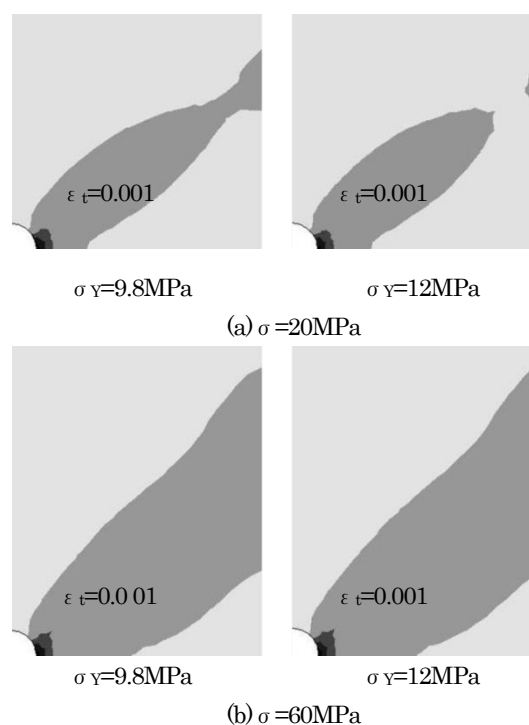


図7 降伏応力と相当塑性ひずみ分布

## 3. 切欠き材の弾塑性シミュレーション

### 3. 1 長方形孔

図1(b)に示す長方形の孔(縦 $2b \times$ 横 $2a$ )をもつ板の一樣引張り問題の弾塑性数値シミュレーションを行った。長方形孔の横幅と板幅の比 $a/W=0.2$ (一定)の問題で、 $2b=2, 4, 6, 8$ mmの形状の引張試験結果<sup>[1]</sup>を図8に、また応力集中係数 $K_t$ を表2に示す。なお、公称ひずみ $\epsilon_n$ は平行部長さ30mmの伸びの割合とした。孔の縦横比が大きくなると応力集中の程度は小さくなるが、図8に示すように破断までの最大荷重応力はほぼ同じになる。これらの形状について、最大荷重応力(破断応力)

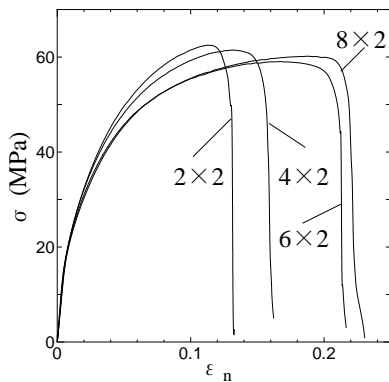


図 8 負荷応力-公称ひずみ(長方形孔  $2b \times 2a$ )<sup>[1]</sup>

表 2 隅角 R0.5 の長方形孔( $a/W=0.2$ )の応力集中係数  $K_t$

b/a		1	2	3	4
$K_t$	FEM	2.87	2.65	2.56	2.48
	Eq.(4)	3.15(円孔)			

表 3 破断応力と相当塑性ひずみ

b/a	1	2	3	4
破断応力(MPa)	62	61	59	60
切欠き縁の $(\epsilon_t)_{max}$	0.310	0.256	0.208	0.207
平滑側最大ひずみ $\epsilon_t$	0.069	0.072	0.069	0.073

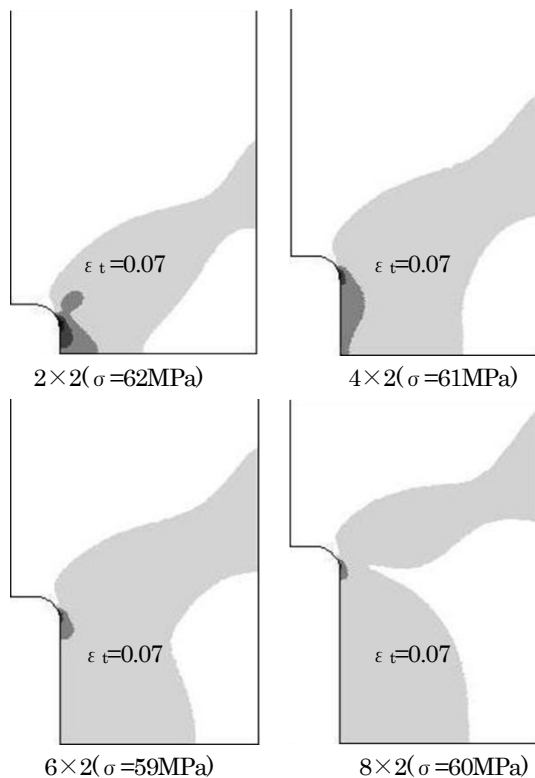


図 9 破断負荷応力におけるひずみ分布

における相当塑性ひずみ分布を  $\epsilon_t=0.07$  以上について示せば図 9 のようになる。この場合の応力とひずみの定量的評価を表 3 に示す。最大のひずみは切欠き縁に生じ、その値は応力集中係数と同じ傾向となる。また、破断負荷応力で  $\epsilon_t=0.07$  以上が板幅全面に拡大している。このことから、これらの長方形孔  $a/W=0.2$  の形状では、 $2b$  に関係なくおおよそ  $\epsilon_t=0.07$  が板幅全面に達した時に破断するという予測ができる。

### 3. 2 正方形孔

図 1(c)に示す正方形孔(一辺  $2a$ )をもつ板の引張り問題を取扱い、その弾塑性挙動を調べた。孔の幅  $2a$  と板幅  $2W$  の比  $a/W$  を  $0.1, 0.2, 0.3, 0.4$  と変化させ、リガメントの大小が塑性ひずみ分布に及ぼす影響について検討した。

まず降伏の起点と拡がり方を推定するため、図 10 に示す正方形孔について、孔縁の応力  $\sigma_{tan}$  および  $x$  軸上の応力  $\sigma_y$  の弾性域内での応力分布を求め、それぞれ図 11 と図 12 に示す。図 11 に示すように点  $c$  の無次元応力  $\sigma_{tan}/\sigma_0$  ( $\sigma_0$ : 負荷応力) は  $2.1$  で、さらに点  $d$  まで応力は増加し、その最大値は  $\sigma_{tan}/\sigma_0=3.24$  である。一方、図 12 の  $x$  軸上の応力は点  $c$  から点  $g$  まで徐々に減少し、点  $g$  でほぼ  $\sigma_y/\sigma_0=1.0$  となる。これらの結果から、降伏の起点は隅角の点  $d$  あたりと推定できる。なお、表 4 に各正方形孔の応力集中係数  $K_t$  を示す。また、式(4)で得られる円孔の応力集中係数も併せて示す。隅角 R0.5 では、正方形孔を内接円孔で置換えてもその差異は 10% 以内に収まる。

次に、図 13 に示す正方形孔の引張り試験結果<sup>[4]</sup>の破断応力を与えた時の相当塑性ひずみ分布を弾塑性計算して図 14 に示す。相当塑性ひずみ分布は異なっているが、破断負荷応力時に切欠き縁に生じる相当塑性ひずみの最大値  $(\epsilon_t)_{max}$  は、4 つ全ての形状についておおよそ  $(\epsilon_t)_{max}=0.30$  となった。本計算の正方形孔では、切欠き縁の最大ひずみが  $\epsilon_t=0.30$  になった時に破断するという予測ができる。その数値結果を表 5 に示す。また、平滑材の破断時の最大ひずみ  $\epsilon_t=0.43$  を切欠き縁に生じさせる負荷応力も表 5 に併せて示す。これらの結果から、切欠き縁の最大となる相当塑性ひずみ  $\epsilon_t=0.30$  あるいは  $\epsilon_t=0.43$  で破断負荷応力を推定する場合、どちらを用いても破断負荷応力の値に関しては、10% 程度の差を与えるに過ぎないことがわかる。

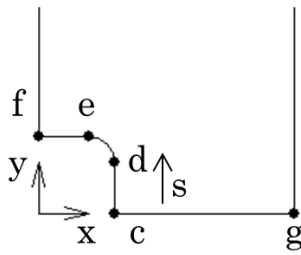


図10 孔縁詳細(a/W=0.3)

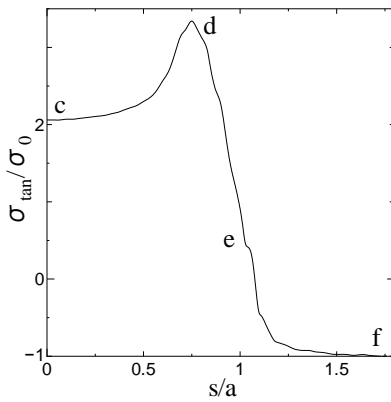


図11 孔縁の接線方向応力  $\sigma_{tan}$  (s: 周方向長さ)

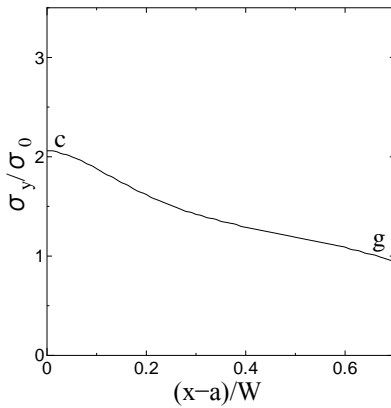


図12 x軸上の応力  $\sigma_y$

表4 隅角 R0.5 の正方形孔の応力集中係数  $K_t$

a/W	0.1	0.2	0.3	0.4	
$K_t$	FEM	2.98	2.87	3.24	3.73
	Eq.(4)	3.04	3.15	3.37	3.75

表5 孔縁に生じる最大ひずみと負荷応力  $\sigma$  (MPa)

( $\epsilon_n$ ) <sub>max</sub> \ a/W	0.1	0.2	0.3	0.4
0.30	64	62	55	49
0.43	71	68	61	54

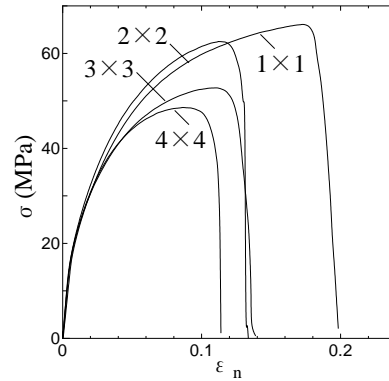


図13 負荷応力-公称ひずみ(正方形孔  $2a \times 2a$ )<sup>[1]</sup>

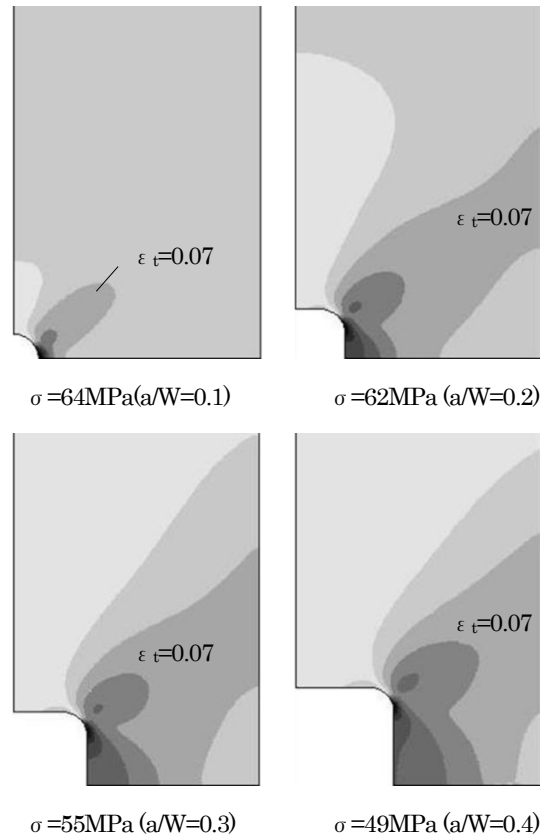


図14 破断負荷応力における相当塑性ひずみ分布

#### 4. 結 言

本論文では、切欠き試験片の引張りにおける弾塑性挙動の数値シミュレーションを、有限要素法を用いて試みた。切欠き試験片形状とその材料特性は、引張試験で使用した純アルミニウム板材(A1050P-O)のデータを用いた。そして、弾塑性シミュレーションから実験結果を検討した。

まず、弾塑性シミュレーションに用いる降伏応力(耐力)は、大きい塑性ひずみが生じる場合、その多少の違いは材料特性にほとんど差が生じない。そして、そのような材料特性の違いは、切欠き問題の相当塑性ひずみ分布にもほとんど差がでないことを確かめた。なお、要素分割については、弾性応力計算による応力集中係数を分割数ごとに求め、解の安定性と既知の解との比較・検討を行い決定した。

長方形の孔をもつ板の一樣引張り問題では、最大のひずみは切欠き縁隅角部に生じ、その値は応力集中係数と同じ傾向となることがわかった。また、孔と板幅の比 0.2 の孔形状では、孔の縦横比に無関係に、相当塑性ひずみの値 0.07 が板幅全面に達した時に破断負荷応力に達することがわかった。

次に、正方形の孔をもつ板の一樣引張り問題を取扱った。まず弾性計算によって孔縁の応力分布を求め、最大応力が生じる点(降伏の起点)を確認した。なお隅角

R0.5 の正方形孔の応力集中係数は、内接する円孔の応力集中係数を用いてもその差異は 10% 以内に収まることがわかった。弾塑性シミュレーションでは、実験の破断負荷応力において応力集中係数に関係なく、すべての切欠き縁の最大相当塑性ひずみがおおよそ 0.30 となった。さらに、平滑材の引張試験で得られた破断までの最大ひずみ 0.43 が生じるまで負荷を与えたところ、負荷応力は破断負荷応力の約 10% 程度しか増加しないことがわかった。これらのことから、最大相当塑性ひずみ 0.30 が生じる時の負荷応力を破断応力と推定できることがわかった。

#### 参考文献

- [1] 徳田, 鶴, 伊藤(幸), 伊藤(嘉), 岩崎, 中山, 山下 : 紀要, 第 36 号, 切欠きをもつ純アルミニウム板材 (A1050P-O) の引張りによる延性破壊, pp.46-50, (平 25 年).
- [2] 三木 紀幸 : 材料, 第 33 卷, 第 373 号, 弾塑性領域における応力集中, pp.1241-1249, (昭 59 年).
- [3] 坂根 政男 : 例題で学ぶ Marc 有限要素法解析入門, p.97, (平 23 年).
- [4] 石田 誠 : 日本機械学会論文集, 第 21 卷, 第 107 号, だ円孔を有する帯板の引張り(第 1 報), pp.507-513, (昭 30 年).